الأولى بكالوريا علوم تجريبية	دراسة الدوال العددية	الأستاذ : الحيان

التمرين 1 :

لتكن f الدالة العددية لمتغير حقيقي حيث:

$$f(x)=\frac{x^3}{3(x^2-4)}$$

1. أ- حدد $\mathscr{D}$ حيز تعريف الدالة f .
ب- بين أن f دالة فردية .
جـ- أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x<2}} f(x)$.

2. أ- بين أن : $\forall x\in\mathscr{D} \quad : \quad f'(x)=\frac{x^2(x^2-12)}{3(x^2-4)^2}$.
ب- حل المعادلة : $x\in\mathscr{D} \quad : \quad f'(x)=0$.
جـ- أعط جدول تغيرات الدالة f .

3. ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.
أ- بين أن : $\forall x\in\mathscr{D} \quad : \quad f(x)=\frac{x}{3}+\frac{4x}{3(x^2-4)}$.
ب- أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى $(\mathscr{C})$.
جـ- أدرس الوضع النسبي للمنحنى $(\mathscr{C})$ والمستقيم ذي المعادلة : $y=\frac{x}{3}$.
د- بين أن المنحنى $(\mathscr{C})$ يقبل نقطة انعطاف أفصولها 0

4. أرسم المنحنى $(\mathscr{C})$. (نأخذ : $\sqrt{3}\approx 1,7$)

التمرين 2 :

لتكن f الدالة العددية لمتغير حقيقي حيث:

$$f(x)=\frac{5x^2+8x+4}{(x+2)^2}$$

1. أ- حدد $\mathscr{D}$ حيز تعريف الدالة f .
ب- أحسب نهايات f عند محدات $\mathscr{D}$.

2. أ- بين أن : $\forall x\in\mathscr{D} \quad : \quad f'(x)=\frac{4(3x+2)}{(x+2)^3}$ ؛
وأن : $\forall x\in\mathscr{D} \quad : \quad f''(x)=\frac{-24x}{(x+2)^4}$.
ب- أعط جدول تغيرات الدالة f .

3. ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.
أ- أعط معادلةديكارتيةلكل من مقاربي المنحنى $(\mathscr{C})$
ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى $(\mathscr{C})$ والمستقيم ذي المعادلة : $y=5$.
جـ- أدرس تقعر المنحنى $(\mathscr{C})$ ؛ مبينا أن $(\mathscr{C})$ يقبل نقطة انعطاف A .
د- أعط معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحنى $(\mathscr{C})$ في النقطة A .
هـ- أرسم (T) و $(\mathscr{C})$.

التمرين 3 :

لتكن f الدالة العددية لمتغير حقيقي حيث:

$$f(x)=x+\frac{3}{x+1}+\frac{1}{(x+1)^2}$$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. حدد $\mathscr{D}$ حيز تعريف الدالة f .
2. أحسب نهايات f عند محدات $\mathscr{D}$.
3. أ- أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى $(\mathscr{C})$.
ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى $(\mathscr{C})$ ومقاربه المائل .
4. أ- بين أن : $\forall x\in\mathscr{D} \quad : \quad f'(x)=\frac{(x-1)(x+2)^2}{(x+1)^3}$.
ب- أدرس تغيرات الدالة f .
جـ- أعط معادلة ديكارتية لمماس المنحنى $(\mathscr{C})$ في النقطة ذات الأفصول (-2) .
5. أرسم $(\mathscr{C})$. (البحث عن نقطة تقاطع المنحنى $(\mathscr{C})$ مع محور الأفاصيل غير مطلوب)

التمرين 4 :

نعتبر f الدالة العددية لمتغير حقيقي حيث:

$$f(x)=\frac{x^3+3x}{3x^2+1}$$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. أدرس زوجية f وأحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.
2. أ- بين أن : $\forall x\in\mathbb{R} \quad : \quad f'(x)=3\left(\frac{x^2-1}{3x^2+1}\right)^2$.
ب- أعط جدول تغيرات الدالة f .
3. أ- حدد العددين الحقيقيين a و b بحيث :
$$\forall x\in\mathbb{R} \quad : \quad f(x)=ax+\frac{bx}{3x^2+1}$$
ب- استنتج أن المنحنى $(\mathscr{C})$ يقبل مقاربا مائلا وحدد معادلة ديكارتية له .
4. أ- حدد نقط انعطاف $(\mathscr{C})$.
ب- أعط معادلة مماس $(\mathscr{C})$ في النقطة ذات الأفصول 0 .
جـ- أنشئ $(\mathscr{C})$. (وحدة القياس : 3 cm)

التمرين 5 :

نعتبر f الدالة العددية لمتغير حقيقي حيث:

$$f(x)=\frac{x}{x-2\sqrt{x}+2}$$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. أ- حدد $\mathscr{D}$ حيز تعريف الدالة f .
ب- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وأول النتيجة هندسيا .

2. أ- بين أن f قابلة للاشتقاق في 0 على اليمين و أول النتيجة هندسيا .
ب- بين أن إشارة $f'(x)$ على $]0,+\infty[$ هي إشارة $(4-x)$.
جـ- أعط جدول تغيرات الدالة f .

3. أ- أدرس الوضع النسبي للمنحنى $(\mathscr{C})$ والمستقيم ذي المعادلة : $y=\frac{1}{2}x$.
ب- أرسم المنحنى $(\mathscr{C})$. (نقبل أن للمنحنى $(\mathscr{C})$ نقطتي انعطاف قيمتا أفصوليهما a و b حيث : $a\approx 0,6$ و $b\approx 6$)

التمرين 6 :

نعتبر f الدالة العددية لمتغير حقيقي حيث:

$$f(x)=\frac{x^2+x-2}{x^2-x-2}$$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. أ- حدد $\mathscr{D}$ حيز تعريف الدالة f .
ب- أحسب نهايات f عند محدات $\mathscr{D}$ ؛ ثم استنتج الفروع اللانهائية للمنحنى $(\mathscr{C})$.
جـ- أدرس الوضع النسبي للمنحنى $(\mathscr{C})$ والمستقيم ذي المعادلة : $y=1$.

2. أدرس تغيرات الدالة f .

3. أ- حدد معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحنى $(\mathscr{C})$ عند النقطة التي أفصولها (-2) .
ب- أرسم المنحنى $(\mathscr{C})$.(تحديد نقط الانعطاف غيرمطلوب)

4. لتكن g الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$g(x)=\frac{x^2-|x|-2}{x^2+|x|-2}$$

أ- أرسم منحنى g في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.
ب- حل مبيانيا المتراجحة : $g(x)\geq 1$.

التمرين 7 :

نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{1-\sqrt{x+1}}{x} & ; \quad x>0 \\[2mm] f(x)=\dfrac{-x^2+1}{x-2} & ; \quad x\leq 0 \end{cases}$$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. أ- أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.
ب- بين أن f متصلة في النقطة $x_0=0$.
جـ- أحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)+x+2)$ ؛ ثم أول هندسيا النتيجة المحصلة .

2. أ- أحسب $f'(x)$ على المجال $]-\infty,0[$ ؛ ثم أعط $f'_g(0)$.
ب- بين أن : $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x}=\frac{1}{8}$ ؛ ثم أول هندسيا النتيجة المحصلة .
جـ- هل الدالة f قابلة للاشتقاق في النقطة $x_0=0$ ؟

3. أ- بين أن : $f'(x)=\dfrac{\left(\sqrt{x+1}-1\right)^2}{2x^2\sqrt{x+1}} \quad : \quad \forall x\in]0,+\infty[$
ب- أدرس إشارة $f'(x)$ على المجال $]-\infty,0[$.
جـ- أعط جدولا لتغيرات الدالة f .

4. أنشئ المنحنى $(\mathscr{C})$.

التمرين 8 :

نعتبر f الدالة العددية لمتغير حقيقي حيث:

$$\begin{cases} f(x)=x\sqrt{2-x} & ; \quad x\in]-\infty,2] \\[2mm] f(x)=x-1-\dfrac{2}{x} & ; \quad x\in]2,+\infty[\end{cases}$$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. حدد $\mathscr{D}$ مجموعة تعريف الدالة f .

2. أ- أدرس قابلية اشتقاق f في النقطة $x_0=2$.
ب- أول هندسيا النتيجة المحصل عليها .

3. أ- أحسب $f'(x)$ لكل $x\in]-\infty,2[$ ولكل $x\in]2,+\infty[$.
ب- أعط جدول تغيرات f.

4. أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى $(\mathscr{C})$.

5. أرسم $(\mathscr{C})$.

التمرين 9 :

نعتبر f الدالة العددية لمتغير حقيقي حيث:

$$f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2-2x+2}}$$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. أوجد $\mathscr{D}$ مجموعة تعريف الدالة f .
2. أحسب نهايات f عند محدات $\mathscr{D}$.
3. أدرس قابلية اشتقاق f على $\mathscr{D}$ ثم حدد دالتها المشتقة.
4. أعط جدول تغيرات الدالة f .
5. نعتبر المستقيم $(\Delta): \quad y = x$.

أ- بين أن: $\forall x \in \mathbb{R}^* \quad : \quad 0 < \dfrac{f(x)}{x} \leq 1$.

ب- استنتج الوضع النسبي للمنحنى $(\mathscr{C})$ و المستقيم (Δ) محددا نقطتي تقاطع (Δ) و $(\mathscr{C})$.

جـ- أنشئ $(\mathscr{C})$.

التمرين 10 :

نعتبر f الدالة العددية لمتغير حقيقي حيث:

$$f(x) = \frac{16x}{\left(1+\sqrt{x}\right)^4}$$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. أ- بين أن f قابلة للاشتقاق على اليمين في 0 .

ب- أول هندسيا النتيجة المحصل عليها .

2. احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و أول هندسيا النتيجة .
3. أ- بين أن : $\forall x \in \mathbb{R}^{+*} \quad : \quad f'(x) = \dfrac{16\left(1-\sqrt{x}\right)}{\left(1+\sqrt{x}\right)^5}$.

ب- حدد جدول تغيرات الدالة f .

4. أ- أحسب $f''(x)$ لكل x من $\mathbb{R}^{+*}$.

ب- حدد إحداثيتي I نقطة انعطاف $(\mathscr{C})$.

5. أنشئ $(\mathscr{C})$. (نأخذ : $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 6cm$)

التمرين 11 :

نعتبر f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$:

$$f(x) = x\sqrt{1+x^2} - x^2$$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. أ- أحسب : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

ب- أدرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى $(\mathscr{C})$.

2. أ- أحسب $f'(x)$ ؛ وتحقق من أن :

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad : \quad f'(x) = \frac{\left(\sqrt{1+x^2} - x\right)^2}{\sqrt{1+x^2}}$$

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f .

3. أ- أكتب معادلة ديكارتية لمماس $(\mathscr{C})$ في 0 .

ب- بين أن : $\forall x \in \mathbb{R} \quad : \quad f(x) \leq x$.

جـ- أول هندسيا النتيجة المحصل عليها.

4. أنشئ $(\mathscr{C})$. (وحدة القياس : 4 cm)

التمرين 12 :

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathscr{D} = \left]-\infty,0\right] \cup \left[2,+\infty\right[$ بما يلي :

$$f(x) = 1 + \sqrt{x^2 - 2x}$$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. حدد : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
2. حدد تغيرات الدالة f على المجال $\left[2,+\infty\right[$.
3. أ- بين أن المستقيم ذا المعادلة $y = x$ مقارب للمنحنى $(\mathscr{C})$ بجوار $+\infty$.

ب- بين أن المنحنى $(\mathscr{C})$ متماثل بالنسبة للمستقيم ذي المعادلة $x = 1$.

جـ- بين أن المنحنى $(\mathscr{C})$ يقبل نصف مماس على اليمين في النقطة التي أفصولها 2.

4. أنشئ المنحنى $(\mathscr{C})$.

التمرين 13 :

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x^2}{2-x} & ; \quad x \in [0,1] \\ f(x) = x - \sqrt{x^2 - x} & ; \quad x \in \left]-\infty,0\right[\cup \left]1,+\infty\right[\end{cases}$$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. بين أن الدالة f متصلة في كل من النقطتين 0 و 1 .
2. أحسب : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.
3. أ- أحسب $f'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}^* - \{1\}$.

ب- أدرس إشارة $f'(x)$ واستنتج أن f تزايدية على $\left]-\infty,1\right]$ وتناقصية على $\left[1,+\infty\right[$.

جـ- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f في كل من النقطتين 0 و 1 .

4. كون جدول تغيرات الدالة f .
5. أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى $(\mathscr{C})$.
6. أنشئ المنحنى $(\mathscr{C})$.

التمرين 14 :

نعتبر f الدالة العددية لمتغير حقيقي حيث:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-1}}$$

1. أوجد $\mathscr{D}$ مجموعة تعريف الدالة f .
2. أحسب نهايات f عند محدات $\mathscr{D}$.
3. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليسار في 0 .
4. أحسب $f'(x)$ ؛ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .
5. أدرس الفروع اللانهائية للدالة f؛ثم أنشئ منحناها.