

(I) العبارة - الدالة العبارية

- (1) نسمي عبارة كل جملة مفيدة ويمكن الحكم على المعنى الذي تحمله بالصحة أو الخطأ.
(2) نسمي دالة عبارية كل نص يحتوي على متغير x من مجموعة E ويصبح عبارة كلما عوضنا x بعنصر محدد من E .

(II) المكملات

لتكن $A(x)$ دالة عبارية معرفة على مجموعة E .

- (1) العبارة: $(\exists x \in E): A(x)$ تقرأ " يوجد على الأقل x من E بحيث $A(x)$ " وتعني يوجد على الأقل عنصر x من E يحقق $A(x)$.
الرمز \exists يسمى المكمل الوجودي.
(2) العبارة $(\forall x \in E): A(x)$ تقرأ " مهما كان x من E لدينا $A(x)$ " وتعني أن جميع عناصر E تحقق $A(x)$.
الرمز \forall يسمى المكمل الكوني.

(III) العمليات المنطقية.**(1) النفي**

(a) نفي العبارة A هي العبارة التي نرسم لها $\neg A$ والتي تكون صحيحة إذا كانت A خاطئة وتكون خاطئة إذا كانت A صحيحة.

ملاحظة: " $\neg A$ هي عكس العبارة A "

- (b) نفي العبارة " $(\forall x \in E): A(x)$ " هي العبارة " $(\exists x \in E): \neg A(x)$ ".
(c) نفي العبارة " $(\exists x \in E): A(x)$ " هي العبارة " $(\forall x \in E): \neg A(x)$ ".

(2) العطف

عطف العبارتين A و B هي العبارة التي نرسم لها $A \wedge B$ والتي تكون صحيحة فقط إذا كانت A صحيحة و B صحيحة .

(3) الفصل

فصل العبارتين A و B هي العبارة التي نرسم لها $A \vee B$ والتي تكون صحيحة فقط إذا كانت إحدى العبارتين على الأقل صحيحة.

(4) الاستلزام

استلزام العبارتين A و B هي العبارة التي نرسم لها $A \Rightarrow B$ والتي تكون خاطئة فقط إذا كانت A صحيحة و B خاطئة.
(وتقرأ A تستلزم B).

(5) التكافؤ

تكافؤ العبارتين A و B هي العبارة التي نرسم لها $A \Leftrightarrow B$ والتي تكون صحيحة فقط إذا كانت A و B نفس قيمة الحقيقة.
(وتقرأ A تكافؤ B).

(IV) القوانين المنطقية.**(1) تعريف:**

نسمي قانونا منطقيا كل عبارة مكونة من عدة عبارات مرتبطة بالروابط المنطقية وتكون صحيحة مهما كانت قيمة حقيقة هذه العبارات.

(2) جرد لأهم القوانين المنطقية.

$$(1) \quad \neg(\neg A) \Leftrightarrow A \quad (2) \quad (A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$$

$$(3) \quad (A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow (\neg A \Leftrightarrow \neg B)$$

$$(4) \quad (A \Leftrightarrow B) \Leftrightarrow (A \Rightarrow B \text{ et } B \Rightarrow A)$$

$$(5) \quad (A \text{ et } B) \Leftrightarrow (B \text{ et } A)$$

$$(6) \quad (A \text{ ou } B) \Leftrightarrow (B \text{ ou } A)$$

$$(7) \quad [(A \text{ et } B) \text{ et } C] \Leftrightarrow [A \text{ et } (B \text{ et } C)]$$

$$(8) \quad [A \text{ ou } (B \text{ ou } C)] \Leftrightarrow [(A \text{ ou } B) \text{ ou } C]$$

$$(9) \quad [A \Rightarrow B \text{ et } B \Rightarrow C] \Rightarrow (A \Rightarrow C)$$

(10) قانون التاكافؤات المتتالية

$$(A \Leftrightarrow B \text{ et } B \Leftrightarrow C) \Rightarrow A \Leftrightarrow C$$

$$(11) \quad [A \text{ et } (B \text{ ou } C)] \Leftrightarrow [(A \text{ et } B) \text{ ou } (A \text{ et } C)]$$

$$(12) \quad [A \text{ ou } (B \text{ et } C)] \Leftrightarrow [(A \text{ ou } B) \text{ et } (A \text{ ou } C)]$$

(13) قانون موركان.

$$7(A \text{ et } B) \Leftrightarrow (7A \text{ ou } 7B) (*)$$

$$7(A \text{ ou } B) \Leftrightarrow (7A \text{ et } 7B) (*)$$

(15) قانون الاستلزام المضاد للعكس

$$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (7B \Rightarrow 7A)$$

$$(16) \quad 7(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (7A \text{ et } 7B)$$

(17) قانون الخلف

$$((7A \Rightarrow 7B) \text{ et } B) \Rightarrow A$$

(18) قانون فصل الحالات

$$(A \Rightarrow C \text{ et } B \Rightarrow C) \Rightarrow [(A \text{ ou } B) \Rightarrow C]$$

(V) بعض الاستدلالات.**(1) الاستدلال بالتكافؤات المتتالية:**

لكي نبين أن العبارة A صحيحة يكفي أن نبين أن $A \Leftrightarrow B$ و B صحيحة.

(2) الاستدلال بالاستلزام المضاد للعكس:

لكي نبين أن $A \Rightarrow B$ يكفي أن نبين $7B \Rightarrow 7A$.

(3) الاستدلال بالخلف:

لكي نبين أن العبارة A صحيحة نفترض العكس ونصل إلى تناقض مع المعطيات.

(4) الاستدلال بفصل الحالات:

لتكن $E = E_1 \cup E_2$ لكي نبين أن $(\forall x \in E): A(x)$ يكفي أن نبين ما يلي: (*) إذا كان $x \in E_1$ فإن $A(x)$ صحيحة.
(*) إذا كان $x \in E_2$ فإن $A(x)$ صحيحة.

(5) الاستدلال بالترجع:

لكي نبين أن العبارة $P(n)$ صحيحة لكل عدد طبيعي $n \geq n_0$ نبين ما يلي:

(*) نبين أن العبارة صحيحة من أجل $n = n_0$

(*) نفترض العبارة P صحيحة من أجل n .

(*) نبين أن العبارة P صحيحة من أجل $n+1$.