

## تطبيقات الجداء السلمي في الفضاء

### I- المستقيمات و المستويات في الفضاء

#### 1- تعامد المستقيمات و المستويات في الفضاء

##### أ- تعامد مستقيمين

ليكن  $(D_1)$  و  $(D_2)$  مستقيمين من الفضاء موجهين بالمتجهتين  $\vec{u}_1$  و  $\vec{u}_2$  على التوالي

$$(D_1) \perp (D_2) \Leftrightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0$$

##### ب- تعامد مستقيم و مستوى

##### خاصة

ليكن  $(P)$  مستوى موجه بالمتجهتين  $\vec{u}_1$  و  $\vec{u}_2$  و  $(D)$  مستقيم موجه بالمتجهة  $\vec{u}_3$

$$(D) \perp (P) \Leftrightarrow \vec{u}_1 \perp \vec{u}_3 \text{ و } \vec{u}_2 \perp \vec{u}_3$$

$$(D) \perp (P) \Leftrightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_3 = 0 \text{ و } \vec{u}_2 \cdot \vec{u}_3 = 0$$

##### ج- ملاحظات واصطلاحات

- \* المتجهة  $\vec{u}$  الموجهة لمستقيم  $(D)$  العمودي على مستوى  $(P)$  تسمى متجهة منظمية للمستوى  $(P)$ .
- \* اذا كانت  $\vec{u}$  منظمية لمستوى  $(P)$  فان كل متجهة  $\vec{v}$  مستقيمة مع  $\vec{u}$  تكون منظمية للمستوى  $(P)$
- \* اذا كانت  $\vec{u}$  منظمية لمستوى  $(P)$  و  $\vec{v}$  منظمية لمستوى  $(P')$  وكانتا  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  مستقيمتين فان  $(P)$  و  $(P')$  متوازيان

\* إذا كان  $(A; B) \in (P)^2$  و  $\vec{u}$  منظمية لمستوى  $(P)$  فان  $\vec{u} \perp \overline{AB}$

**تمرين** في الفضاء المنسوب إلى معلم م.م.  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ .

حدد تمثيل بارامتري للمستقيم  $(D)$  المار من  $A(-1; 2; 0)$  و العمودي على المستوى  $(P)$  الموجه بالمتجهتين  $\vec{u}(1; -1; 1)$  و  $\vec{v}(2; 1; 1)$

##### تمرين

في الفضاء المنسوب إلى معلم م.م.  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  نعتبر المستوى  $(P)$  الذي معادلته  $ax-2y+z-2=0$

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + 3t \\ z = -2 + bt \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad \text{و المستقيم } (D) \text{ تمثله بارامتري}$$

1- حدد متجهتين موجهتين للمستوى  $(P)$

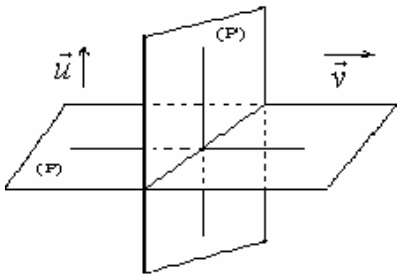
2- حدد  $a$  و  $b$  لكي يكون  $(D) \perp (P)$

##### د- تعامد مستويين

تذكير يكون مستويان متعامدين اذا و فقط اذا اشتمل أحدهما على مستقيم عمودي على المستوى الآخر.

##### خاصة

ليكن  $(P)$  و  $(P')$  مستويين من الفضاء و  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  متجهتين منظمتين لهما على التوالي  $\vec{u} \perp \vec{v}$  اذا و فقط اذا كان  $(P') \perp (P)$



#### 3- معادلة مستوى محدد بنقطة و متجهة منظمية عليه

a. مستوى محدد بنقطة و متجهة منظمية عليه

##### ميرهنة

لتكن  $\vec{u}$  متجهة غير منعدمة و  $A$  نقطة من الفضاء  
\* المستوى المار من  $A$  و المتجهة  $\vec{u}$  منظمية له هو مجموعة النقط  $M$  من الفضاء حيث  $\overline{AM} \cdot \vec{u} = 0$

\* مجموعة النقط M من الفضاء حيث  $\overline{AM} \cdot \vec{u} = 0$  المستوى المار من A و المتجهة  $\vec{u}$  منتظمة له

**b. معادلة مستوى محدد بنقطة و متجهة منتظمة عليه**

**خاصة**

\* كل مستوى (P) في الفضاء و  $\vec{u}(a;b;c)$  منتظمة عليه يقبل معادلة ديكارتية من

$$\text{نوع } ax + by + cz + d = 0$$

\* كل معادلة ديكارتية من نوع  $ax + by + cz + d = 0$  حيث  $(a;b;c) \neq (0;0;0)$  هي معادلة مستوى

(P) في الفضاء بحيث  $\vec{u}(a;b;c)$  منتظمة عليه

\* في الفضاء معادلة المستوى (P) المار من  $A(x_0; y_0; z_0)$  و المتجهة  $\vec{u}(a;b;c)$  منتظمة عليه هي:

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

**(4) مبرهنة**

لتكن  $\vec{u}$  متجهة غير منعدمة و A نقطة من الفضاء و k عددا حقيقيا  
مجموعة النقط M من الفضاء حيث  $\overline{AM} \cdot \vec{u} = k$  هي المستوى (P) العمودي على  $D(A; \vec{u})$  في النقطة H

$$\text{حيث } \vec{u} = \overline{AB} \quad ; \quad \overline{AH} = \frac{k}{AB}$$

**تمرين**

$$\text{نعتبر } (P) : 2x - y + 3z + 1 = 0 \quad (D) : \begin{cases} x + y - 2z + 1 = 0 \\ x - y + z - 2 = 0 \end{cases}$$

1- حدد متجهة  $\vec{u}$  منتظمة على (P) ونقطة منه.

2- حدد معادلة ديكارتية للمستوى المار من  $A(2;0;3)$  و  $\vec{n}(1,2,1)$  منتظمة عليه.

3- حدد معادلة ديكارتية للمستوى المار من  $A'(2;0;3)$  والعمودي على (D)

4- حدد معادلة ديكارتية للمستوى المار من  $A(2;0;3)$  و الموازي لـ (P)

**6- دراسة الأوضاع النسبية للمستقيمات و المستويات في الفضاء**

**أ- الأوضاع النسبية لمستويين في الفضاء**

(P) المستوى المار من A و  $\vec{u}$  منتظمة عليه (P') المستوى المار من A' و  $\vec{v}$  منتظمة عليه

**الحالة 1**  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  مستقيمتان

إذا كان  $A \in (P')$  أو  $A' \in (P)$  فان  $(P) = (P')$

إذا كان  $A \notin (P')$  و  $A' \notin (P)$  فان (P) و (P') متوازيان قطعاً.

**الحالة 2**  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  غير مستقيمتين

$$- \quad (P) \perp (P') \Leftrightarrow \vec{u} \perp \vec{v}$$

- إذا كان  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  غير متعامدين فان (P) و (P') متقاطعان.

**ب- الأوضاع النسبية لمستقيم ومستوي في الفضاء**

(P) المستوى المار من A و  $\vec{u}$  منتظمة عليه (D) المستقيم المار من A' و  $\vec{v}$  موجهة له

**الحالة 1** إذا كان  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  مستقيمتين فان  $(D) \perp (P)$

**الحالة 2**  $\vec{u}$  و  $\vec{v}$  غير مستقيمتين

$$- \quad \vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow (P) \text{ و } (D) \text{ متوازيان}$$

- إذا كان  $\vec{u} \not\perp \vec{v}$  فان (D) يخترق (P)

**7- مسافة نقطة عن مستوى**

**نشاط**

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ . (P) المستوى المار من  $B(x_B; y_B; z_B)$

و  $\vec{n}(a;b;c)$  منتظمة عليه. لتكن  $A(x_0; y_0; z_0)$  نقطة من المستوى، H المسقط العمودي للنقطة A

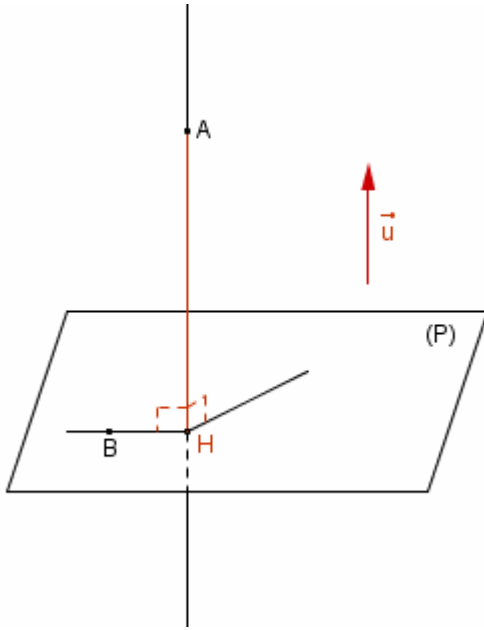
على (P).

أ- أحسب  $\vec{n} \cdot \overline{AB}$  بدلالة  $\overline{HA}$  و  $\vec{n}$

$$HA = \frac{|\vec{n} \cdot \overline{AB}|}{\|\vec{n}\|} \text{ ب- أثبت أن}$$

د- ليكن  $(P): ax + by + cz + d = 0$  حيث  $(a; b; c) \neq (0; 0; 0)$

$$HA = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \text{ بين أن}$$



### 1- تعريف و خاصة

الفضاء منسوب إلى معلم م.م  $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  مسافة نقطة A عن مستوى (P) هي المسافة AH حيث H المسقط العمودي لـ A على (P) نكتب

$$d(A; (P)) = AH = \frac{|\overline{AB} \cdot \vec{u}|}{\|\vec{u}\|} \text{ حيث } B \in (P) \text{ و } \vec{u} \text{ منظمية على } (P)$$

### 2- خاصة

ليكن (P) مستوى معادلته  $ax + by + cz + d = 0$  و نقطة من الفضاء  $A(x_0; y_0; z_0)$

$$d(A; (P)) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

### مثال

ليكن (P) مستوى مار من  $B(2; 1; 3)$  و  $\vec{u}(1; -1; \sqrt{2})$  منظمية عليه لتكن  $A(1; 2; 0)$

$$\text{حدد } d(A; (P))$$

### تمرين 1

في فضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم .  
نعتبر  $A(1; -1; 1)$  و  $B(3; 1; -1)$  و (P) المستوى ذا المعادلة  $2x - 3y + 2z = 0$  و (D) المستقيم الممثل

$$\begin{cases} x = 3t \\ x = -2 - 3t \\ z = 2 + 4t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad \text{بارا متريا بـ}$$

1- حدد معادلة ديكارتية للمستوى (Q) المار من A والعمودي على المستقيم (D)  
حدد معادلة ديكارتية للمستوى (Q') المار من A و B والعمودي على المستوى (P)

2- أحسب  $d(A; (P))$  و  $d(A; (D))$

3- حدد معادلة ديكارتية للمستوى (Q'') المار من B و الموازي للمستوى (P)

### تمرين 2

في فضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم.  
نعتبر المستوى (P) ذا المعادلة  $3x + 2y - z - 5 = 0$  و (D) المستقيم المعرف بـ

$$\begin{cases} x-2y+z-3=0 \\ x-y-z+2=0 \end{cases}$$

1- حدد تمثيلا بارا متريا للمستقيم (D)  
 حدد معادلة ديكارتية للمستوى (P') الذي يتضمن (D) و العمودي على (P)

## II- الفلكة

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

### 1- معادلة فلكة معرفة بمركزها وشعاعها

لتكن  $\Omega(a;b;c)$  نقطة من الفضاء (E) و  $r \in \mathbb{R}^{*+}$   
 و  $S(\Omega;r)$  الفلكة التي مركزها  $\Omega$  و شعاعها  $r$   
 ليكن  $M(x;y;z)$  من الفضاء (E)

$$M \in S(\Omega;r) \Leftrightarrow \Omega M = r^2 \Leftrightarrow (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2$$

### مبرهنة

الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ .  
 معادلة ديكارتية للفلكة  $S(\Omega;r)$  التي مركزها  $\Omega(a;b;c)$   
 و شعاعها  $r$  هي  $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2$

### ملاحظات و اصطلاحات

\* إذا كان A و B نقطتين من الفلكة  $S(\Omega;r)$  حيث  $\Omega$  منتصف  $[A;B]$  فان  $[A;B]$  قطرا للفلكة  
 \* توجد فلكة وحيدة أحد أقطارها  $[A;B]$  مركزها  $\Omega$  منتصف  $[A;B]$  و شعاعها  $r = \frac{1}{2} AB$   
 \* للفلكة  $S(\Omega;r)$  معادلة ديكارتية من شكل  $x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0$  حيث  $a$  و  $b$  و  $c$  و  $d$  أعداد حقيقية.

\* الفلكة  $S(O;r)$  حيث O أصل المعلم معادلتها  $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$

\* الكرة  $B(\Omega;r)$  لتكن  $S(\Omega;r)$  فلكة التي مركزها  $\Omega(a;b;c)$  و شعاعها  $r$   
 الكرة  $B(\Omega;r)$  التي مركزها  $\Omega(a;b;c)$  و شعاعها  $r$  هي مجموعة النقط  $M(x;y;z)$

$$\text{حيث } (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 \leq r^2$$

### 2- معادلة فلكة معرفة بأحد أقطارها

S فلكة أحد اقطارها  $[A;B]$

$$M \in S \Leftrightarrow \widehat{AMB} \text{ زاوية قائمة أو } M=A \text{ أو } M=B$$

$$\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0 \Leftrightarrow$$

### مبرهنة

A و B نقطتان مختلفتان في الفضاء  
 في الفضاء مجموعة النقط M التي تحقق  $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$  هي  
 فلكة التي أحد اقطارها  $[A;B]$

### خاصة

إذا كانت  $A(x_A; y_A; z_A)$  و  $B(x_B; y_B; z_B)$  نقطتين مختلفتين فان معادلة الفلكة التي أحد اقطارها  $[A;B]$   
 هي  $(x-x_A)(x-x_B) + (y-y_A)(y-y_B) + (z-z_A)(z-z_B) = 0$

### تمرين

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، نعتبر  $\Omega(1;2;-1)$  و  $A(2;1;2)$  و  $B(4;1;2)$

1- حدد معادلة ديكارتية للفلكة S التي مركزها  $\Omega$  و المار من A

2- حدد معادلة ديكارتية للفلكة S' التي قطرها  $[A;B]$

3- دراسة المعادلة  $x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0$  (1):

لتكن E مجموعة النقط  $M(x; y; z)$  التي تحقق المعادلة (1)

$$M \in E \Leftrightarrow \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{b}{2}\right)^2 + \left(z + \frac{c}{2}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2 - 4d}{4}$$

$$\Omega \left(-\frac{a}{2}; -\frac{b}{2}; -\frac{c}{2}\right) \text{ لتكن}$$

\*- إذا كان  $a^2 + b^2 + c^2 - 4d < 0$  فإن  $E = \emptyset$

\*- إذا كان  $a^2 + b^2 + c^2 - 4d = 0$  فإن  $E = \{\Omega\}$

\*- إذا كان  $a^2 + b^2 + c^2 - 4d > 0$  فإن  $E = S(\Omega; r)$  حيث  $\frac{a^2 + b^2 + c^2 - 4d}{4} = r^2$

### مرهنة

a و b و c و d أعداد حقيقية

تكون مجموعة النقط  $M(x; y; z)$  التي تحقق المعادلة  $x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0$  فلكة

إذا وفقط إذا كان  $a^2 + b^2 + c^2 - 4d \geq 0$

$$\Omega \left(-\frac{a}{2}; -\frac{b}{2}; -\frac{c}{2}\right) \text{ مركز هذه الفلكة و } \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - 4d}}{2} = r \text{ شعاعها}$$

**ملاحظة** يمكن اعتبار  $E = \{\Omega\}$  فلكة مركزها  $\Omega$  و شعاعها منعدم

**تمرين** نعتبر E مجموعة النقط  $M(x; y; z)$  التي تحقق المعادلة  $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 6z + 5 = 0$

بين إن E فلكة محددًا عناصرها المميزة

**تمرين** حدد مجموعة النقط M التي تحقق  $2MA^2 + 3MB^2 = 16$  حيث  $A(2; 0; -1)$  و  $B(-1; 1; -1)$

### 4- تقاطع مستوى و فلكة

#### أ- دراسة تقاطع الفلكة $S(\Omega; r)$ و المستوى (P)

نسب الفضاء E إلى معلم متعامد ممنظم  $(A; \vec{u}; \vec{v}; \vec{w})$  حيث A المسقط العمودي لـ  $\Omega$  على المستوى (P) و  $(A; \vec{u}; \vec{v})$  م.م.م لـ (P)

$\vec{w}$  متجهة واحدة موجهة للمستقيم  $(A\Omega)$

$\Omega$  تنتمي إلى محور الاناسيب ومنه يوجد c حيث  $\Omega(0; 0; c)$

معادلة المستوى (P) بالنسبة للمعلم  $(A; \vec{u}; \vec{v}; \vec{w})$  هي  $z=0$  و معادلة الفلكة S هي  $x^2 + y^2 + (z-c)^2 = r^2$

$$d(\Omega; (P)) = |c|$$

لدينا  $M(x; y; z) \in (P) \cap S \Leftrightarrow x^2 + y^2 + (z-c)^2 = r^2$  و  $z=0$

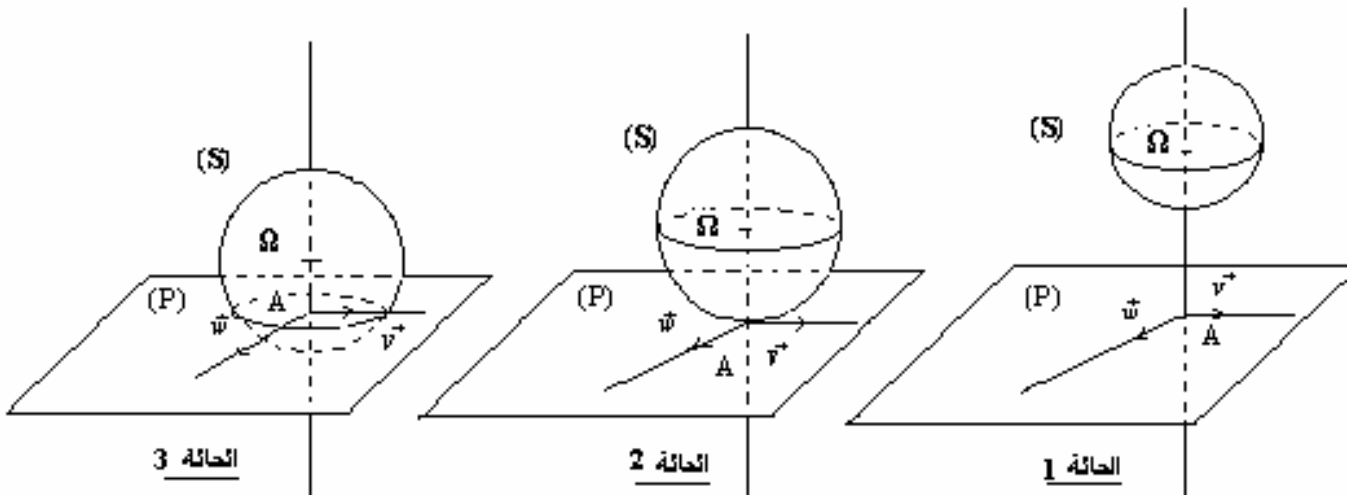
$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = r^2 - c^2 \text{ و } z=0$$

ومنه تقاطع S و (P) مرتبط بحل المعادلة  $x^2 + y^2 = r^2 - c^2$  بالنسبة للمعلم  $(A; \vec{u}; \vec{v})$

\*الحالة 1 إذا كان  $d(\Omega; (P)) > r$  فإن  $(P) \cap S = \emptyset$

\*الحالة 2 إذا كان  $d(\Omega; (P)) = r$  فإن  $(P) \cap S = \{A\}$

\*الحالة 3 إذا كان  $d(\Omega; (P)) < r$  فإن  $(P) \cap S = (C)$  حيث (C) الدائرة التي مركزها A وشعاعها  $\sqrt{r^2 - c^2}$



**مبرهنة**

ليكن (P) مستوى في الفضاء و S فلكة مركزها  $\Omega$  و شعاعها r  
يكون تقاطع (P) و S :

- \* دائرة مركزها A المسقط العمودي لـ  $\Omega$  على المستوى (P) و شعاعها  $\sqrt{r^2 - d^2(\Omega; (P))}$
- إذا كان  $d(\Omega; (P)) < r$
- \* دائرة نقطة إذا كان  $d(\Omega; (P)) = r$
- \* المجموعة الفارغة إذا كان  $d(\Omega; (P)) > r$

**ب- مستوى مماس لفلكة في أحد نقطها**

**تعريف**

لتكن A نقطة من الفلكة  $S(\Omega; r)$   
نقول إن المستوى (P) مماس للفلكة S عند النقطة A إذا كان (P) عمودي على  $(\Omega A)$  في A

**خاصة**

لتكن A نقطة من الفلكة  $S(\Omega; r)$   
(P) مماس على  $S(\Omega; r)$  في A  $\Leftrightarrow \forall M \in (P) \quad \vec{\Omega A} \cdot \vec{AM} = 0$

**تمرين** في فضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، نعتبر  $S_1$  الفلكة التي معادلتها  $x^2+y^2+z^2-4x+2y-2z-3=0$  و  $S_2$  الفلكة التي مركزها  $\Omega_2$  و شعاعها 2، و (P) المستوى الذي معادلتها  $x-2y+z+1=0$  و (P') المستوى الذي معادلتها  $2x-y-2z-1=0$ .  
1- تأكد أن (P) و  $S_1$  يتقاطعان وفق دائرة محدد عناصرها المميزة.  
2- أدرس تقاطع (P') و  $S_2$ .  
3- حدد معادلة المستوى المماس للفلكة  $S_1$  عند النقطة  $A(1; 1; 3)$

**إجابة**

1-  $S_1 : (x-2)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=9$  اذن  $S_1 = S(\Omega_1; 3)$  حيث  $\Omega_1(2; -1; 1)$

$$d(\Omega_1; (P)) = \frac{|2+2+1+1|}{\sqrt{1+4+1}} = \sqrt{6} < 3$$

(P) و  $S_1$  يتقاطعان وفق دائرة مركزها B مسقط العمودي لـ  $\Omega_1$  على (P) و شعاعها  $\sqrt{9-6}=\sqrt{3}$   
B هو تقاطع المستوى (P) و المستقيم (D) المار من  $\Omega_1$  و العمودي على (P)  
لدينا  $\vec{n}(1; -2; 1)$  منظمية على (P) و منه موجهة لـ (D) و بالتالي التمثيل البارامتري لـ (D) هو

$$\begin{cases} x = 2+t \\ y = -1-2t \\ z = 1+t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

اذن تقاطع (P) و  $S_1$  هو الدائرة  $C(B; \sqrt{3})$  حيث  $B(1; 1; 0)$   
 $B \in (P) \cap (D) \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y+z+1=0 \\ x=2+t \\ y=-1-2t \\ z=1+t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-1 \\ x=1 \\ y=1 \\ z=0 \end{cases}$

2- لدينا  $d(\Omega_2; (P'))=2$  ومنه تقاطع  $S_2$  و (P') هو النقطة C باتباع نفس الخطوات السابقة نحدد النقطة C  
3- لدينا  $A \in S_1$  ليكن (P'') مماس لـ  $S_1$  عند A

$$M(x; y; z) \in (P'') \Leftrightarrow \vec{AM} \cdot \vec{\Omega A} \Leftrightarrow \dots\dots\dots$$

**4- تقاطع مستقيم و فلكة**

**مثال** نعتبر  $S : x^2+y^2+z^2-2y+4z+4=0$

$$(D_2): \begin{cases} x = 3t \\ y = 2 \\ z = -2 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \quad (D_1): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = -3 + t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

$$(D_3): \begin{cases} x = \frac{-1}{2} + 2t \\ y = \frac{1}{3} + 3t \\ z = -2 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

حدد تقاطع S مع كل من (D<sub>1</sub>) و (D<sub>2</sub>) و (D<sub>3</sub>)

## تمارين

### تمرين 1

- في فضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$
- نعتبر  $A(1;0;1)$  و  $B(0;0;1)$  و  $C(0;-1;1)$  والمستقيم (D) المار من C والموجه بـ  $\vec{u}(-1;2;1)$
- بين أن مجموعة النقط M حيث  $MA=MB=MC$  مستقيم وحدد تمثيلا بارا متريا له
  - حدد معادلة ديكارتية للمستوى (P) العمودي على (D) في C
  - استنتج معادلة ديكارتية للفلكة S المارة من A و B و المماسه لـ (D) في C

### تمرين 2

- في فضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  نعتبر  $A(0;3;-5)$  و  $B(0;7;-3)$  و  $C(1;5;-3)$
- أعط معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)
  - أعط معادلة ديكارتية للمستوى (Q) المار من A حيث  $\vec{u}(-1;2;1)$  منظمية عليه
  - ليكن (P) المستوى المحدد بالمعادلة  $x+y+z=0$
  - أ- تأكد أن (P) و (ABC) يتقاطعان وفق مستقيم (D)
  - ب- حدد تمثيلا بارا متريا لـ (D)
  - أ- نعتبر في الفضاء الدائرة (C) التي المحددة بـ  $\begin{cases} x^2+z^2+10z+9=0 \\ y=0 \end{cases}$
  - أ- حدد معادلة للفلكة S التي تتضمن الدائرة (C) و ينتمي مركزها إلى (ABC)
  - ب- حدد تقاطع S و (AC)

### تمرين 3

- في فضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر نعتبر  $A(1;-1;1)$  و  $B(3;1;-1)$  و (P) المستوى ذا المعادلة  $2x-3y+2z=0$  (D) المستقيم الممثل بارا متريا بـ  $\begin{cases} x = 3t \\ x = -2 - 3t \\ z = 2 + 4t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- حدد معادلة ديكارتية للمستوى (Q) المار من A و B والعمودي على المستقيم (D)
  - حدد معادلة ديكارتية للمستوى (Q') المار من A و B والعمودي على المستوى (P)
  - أحسب  $d(A;(D))$  و  $d(A;(P))$
  - حدد معادلة ديكارتية للمستوى (Q'') المار من B و الموازي للمستوى (P)

### تمرين 4

في فضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم نعتبر المستوى (P) ذا المعادلة  $3x+2y-z-5=0$

$$\begin{cases} x-2y+z-3=0 \\ x-y-z+2=0 \end{cases} \text{ و (D) المستقيم المعروف بـ}$$

- 1- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D)
- 2- حدد معادلة ديكرتية للمستوى (P') الذي يتضمن (D) و العمودي على (P).

### تمرين 5

- في فضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم نعتبر المستوى (P) ذا المعادلة  $x+y+z+1=0$  والمستوى (Q) ذا المعادلة  $2x-2y-5=0$  و مجموعة النقط  $M(x;y;z)$  التي تحقق  $x^2+y^2+z^2-2x+4y+6z+11=0$
- 1- بين أن (S) فلكة محددًا مركزها و شعاعها
  - 2- تأكد أن (P) مماس للفلكة و حدد تقاطعهما
  - 3- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من  $A(0;1;2)$  و العمودي على (P)
  - 4- تحقق أن  $(P) \perp (Q)$  و أعط تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D') تقاطع (P) و (Q)

### تمرين 6

- في فضاء منسوب إلى معلم متعامد ممنظم نعتبر النقطة  $A(-2;3;4)$  المستوى (P) ذا المعادلة  $x+2y-2z+15=0$  مجموعة النقط  $M(x;y;z)$  التي تحقق
- $$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 8 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$
- و  $x^2+y^2+z^2-2x+6y+10z-26=0$  (C) الدائرة التي معادلتها

- 1- بين أن (S) فلكة محددًا عناصرها المميزة
- 2- بين أن (P) و (S) يتقاطعان وفق دائرة كبرى (C') و حدها
- 3- حدد معادلتين المستويين المماسين للفلكة (S) و الموازيين لـ (P)
- 4- أكتب معادلة الفلكة (S') المار من A المتضمن للدائرة (C)