مؤسسة العمرا للتعليم ا اص

ا سنوى : 1علوم رياضية | 2009/2010 | ا وضـوع: مبادئ ا نطق

السلسلة : 1 | تقديـ ـم : ذ.الوظيفي

التمرين 1: حدد الأعداد ا قيقية x ، y و z حيث : $\sqrt{x}+\sqrt{y-1}+\sqrt{z-2}=\dfrac{x+y+z}{2}$

....

التمرين 2: لتكن a ، b و c قياسات أضلاع مثلث ترم.

ب أن : $a+b+c=1 \Rightarrow a^2+b^2+c^2 \prec \dfrac{1}{2}$

....

التمرين 3: لتكن a ، b و c أعدادا حقيقية من ا ال $]3,+\infty[$.

ب. أن : $3(a+b+c) \prec ab+bc+ca$

ب. أن : $ab+bc+ca \prec abc$

....

التمرين 4: ليكن x و y عددين حقيقيين .

ب أن : $\left(x+\sqrt{x^2+1}\right).\left(y+\sqrt{y^2+1}\right)=1 \Leftrightarrow x+y=0$

....

التمرين 5: ليكن n عددا صحيحا طبيعيا .

ب. أنه إذا كان العدد $2n+1$ مربعا كاملا فإن العدد $n+1$ يكون موع مربع كامل .

ب. أنه إذا كان $3n+1$ مربعا كاملا فإن العدد $n+1$ يكون موع ثلاث مربعات كاملة .

....

التمرين 6: لتكن x، y و z أعدادا حقيقية أحدها منعدم والثا موجب قطعا والثالث سالب قطعا

حيث : $(x=0 \Rightarrow y \succ 0)$ و $(x \succ 0 \Rightarrow y \prec 0)$ و $(y \neq 0 \Rightarrow z \succ 0)$

حدد من ب هذه الأعداد ا نعدم والسالب قطعا وا وجب قطعا.

....

التمرين 7 : ليكن a و b عددين حقيقيين موجب قطعا حيث $a+b=1$ و n عددا صحيحا طبيعيا .

ب أن : $\left(1+\dfrac{1}{a^n}\right).\left(1+\dfrac{1}{b^n}\right) \geq \left(1+2^n\right)^2$

وا و التوفيق

مؤسسة العمرا ا للتعليم اص

ا سنوى: 1علوم رياضية — 2009/2010 — ا وضـوع: مبادئ ا نطق

السلسلة : 2 — تقديـ ـم : ذ.الوظيفي

التمرين 1: لتكن a ، b و c أعدادا حقيقية

بـ أن : $\left|\frac{a+b}{2}\right|+\left|\frac{a-b}{2}\right| \prec c \Leftrightarrow \left(|a| \prec c \;\; et \;\; |b| \prec c \right)$

....

التمرين 2: ليكن a و b عددين جذرين حيث $a \prec b$. بـ أن العدد $\frac{a+b\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$ لاجذري .

....

التمرين3: ليكن a عددا حقيقيا . بـ أن : $[(\forall \varepsilon \succ 0) : |a| \prec \varepsilon] \Rightarrow a = 0$

....

التمرين 4: ليكن n عددا صحيحا طبيعيا . بـ أن $\frac{n^2+1}{3} \notin N$

....

التمرين 5: لتكن a ، b و c أعدادا صحيحة نسبية فردية .

بـ أن ا عادلة $ax^2+bx+c=0$ لا تقبل حلا جذريا.

....

التمرين 6: ليكن x و y عددين حقيقين موجبين . نضع $x+y=s$.

بـ أن : $\sqrt{4x+1}+\sqrt{4y+1} \leq 2(s+1)$

....

التمرين 7: لتكن a ، b و c أعدادا حقيقية موجبة حيث $a+b+c=1$.

بـ أن : $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c} \geq 9$.

....

التمرين 8 : ليكن a عددا حقيقيا موجبا .

بـ أنه إذا كان $a^4+8a^3+18a^2+8a \succ 3$ فإن $\sqrt{3+\sqrt{5-\sqrt{2}}} \prec a+2$.

....

التمرين 9: نعتبر الدالة العددية f ا عرفة على R بما يلي : $f(x)=x^2-3x+2$

اعط نفي العبارة $f(x)=f(y) \Rightarrow x=y \quad : \quad (\forall (x,y) \in R^2)$ حدد قيمة حقيقتها

وا و التوفيق

ا لمستوى : 1علوم رياضية — 2009/2010 — ا لموضـوع: مبادئ ا لمنطق
السلسلة : 3 — تقديـــم : ذ.الوظيفي

التمرين 1: بيّن بالترجع أن :

1. العدد 7 يقسم العدد $3^{2n}-2^{n}$ لكل n من N .
2. العدد 9 يقسم العدد $4^{n}-3n-1$ لكل n من N.
3. العدد 10 يقسم العدد $2^{2^{n}}-6$ لكل n من $N-\{0;1\}$.
4. $\frac{n^{3}+3n^{2}+2n}{6}\in N$ لكل n من N .
5. $3^{2n}\geq 1+2n$ لكل n من N .
6. $\sum_{k=1}^{n}(-1)^{k-1}k^{2}=(-1)^{n+1}\frac{n(n+1)}{2}$ لكل n من N^{*} .
7. $\prod_{k=1}^{n}(n+k)=2^{n}\prod_{k=1}^{n}(2k-1)$ لكل n من N^{*} .
8. $\sum_{k=1}^{n}\frac{k^{2}}{(2k-1)(2k+1)}=\frac{n(n+1)}{2(2n+1)}$ لكل n من N^{*} .
9. $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k(k+1)(k+2)}=\frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$ لكل n من N^{*} .
10. $\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}\prec n$ لكل n من $N-\{0;1;2\}$.
11. $(\forall n\in N-\{0;1;.....;23\})\ (\exists(p,q)\in N^{2})\ :\ n=5p+7q$
12. $(\forall n\in N)\ (\exists(a_{n},b_{n})\in N^{2})\ :\ \left(2+\sqrt{3}\right)^{n}=a_{n}+b_{n}\sqrt{3}$ و $a_{n}^{2}-3b_{n}^{2}=1$

....

التمرين 2: لكل n من N نضع : $f(n)=10^{3n+2}+10^{3n+1}+1$

1. احسب $f(n+1)$ بدلالة $f(n)$.
2. استنتج أن $f(n)$ يقبل القسمة على 111 لكل n من N.

....

التمرين 3: ليكن α حلا حقيقيا موجبا قطعا للمعادلة $x+\frac{1}{x}=3$.

1. بيّن أن : $\alpha^{n+1}+\frac{1}{\alpha^{n+1}}=3\left(\alpha^{n}+\frac{1}{\alpha^{n}}\right)-\left(\alpha^{n-1}+\frac{1}{\alpha^{n-1}}\right)$ لكل n من N^{*} .
2. استنتج أن : $\alpha^{n}+\frac{1}{\alpha^{n}}\in N$ لكل n من N^{*} .

والله و التوفيق