التعداد
تمارين و حلول

تمرين1

يحتوي صندوق على 10 كرات موزعة كما يلي أربعة كرات حمراء 3 منها تحمل الرقم 1 و واحدة تحمل الرقم2 و خمسة كرات خضراء 3 منها تحمل الرقم 2 ، واثنين منها تحمل الرقم1، و كرة واحدة بيضاء تحمل الرقم 3

نسحب عشوائيا بالتتابع و بدون احلال ثلاث كرات.

1- حدد عدد السحبات الممكنة حيث الكرة الثانية تكون حمراء و تحمل الرقم 1

2- حدد عدد السحبات الممكنة بحيث المعادلة $ax^2+bx+c=0$ تقبل حلين مختلفين في $\mathbb{R}$ مع العلم أن العدد a يمثل رقم الكرة الأولى المسحوبة و b يمثل رقم الكرة الثانية و c يمثل الكرة الثالثة.

تمرين 2

من مؤسسة ثانوية ثانوية تأهلية تحتوي على n شخصا، نريد أن نختار مجلسا مكونا من p شخصا حيث $2 \le p \le n$

1- ما هو عدد المجالس الممكن تكوينها في الحالات التالية:

أ- مجلس يضم المدير و الناظر

ب- مجلس لا يضم المدير و الناظر

ت- مجلس يضم المدير أو الناظر و ليس الاثنين معا

2- استنتج أن $C_n^p = C_{n-2}^p + 2C_{n-2}^{p-1} + C_{n-2}^{p-2}$

تمرين3

1) بين بالترجع أن $\sum_{p=1}^{p=n} C_{p+1}^2 = C_{n+2}^3 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

2) استنتج قيمة المجموع : $S = (1\times 2)+(2\times 3)+(3\times 4)+.....+(n(n+1))$

تمرين4

ليكن $n \in \mathbb{N}$ حيث $n \ge 2$. نعتبر الدالة f المعرفة بـ $f(x) = (x+1)^n$

بعد حساب $f'(x)$ بطريقتين مختلفتين

استنتج المجامع التالية $A = \sum_{k=1}^{k=n} kC_n^k \qquad B = \sum_{k=0}^{k=n} (k+1)C_n^k \qquad C = \sum_{k=0}^{k=n} (2k+1)C_n^k$

تمرين5

نعتبر صندوقا يحتوي على 5 كرات حمراء و 5 كرات بيضاء و 5 كرات خضراء في كل لون الكرات تحمل الأرقام 1 و2 و3 و4 و5 .

نسحب بالتتابع و بدون إحلال خمس كرات من الصندوق.

1- أحسب عدد السحبات المكنة للحصول على3 كرات بيضاء و كرتين حمراويين.

2- أحسب عدد السحبات المكنة للحصول على 5 كرات تحقق الشرطين:

- كرة واحدة تحمل الرقم 5.
- أربع كرات فقط من اللون الأخضر

تمرين6

في مكتب جمعية يتكون من 15 عضوا , 6 إناث و 9 ذكور .

نريد أن نختار عشوائيا رئيس و نائبه و كاتب عام و أمين المال.

1- ما هو عدد الإمكانيات الممكنة ؟

2- ما هو عدد الإمكانيات التي يكون فيها الكاتب العام و الأمين من الإناث؟

تمرين7

لتكن E و F مجموعتين غير فارغتين و منفصلتين بحيث $cardE = cardF = n$

1- بين أن عدد الأزواج $(X;Y)$ من $\left[P(E)\right]^2$ بحيث $X \cup Y = E$ و $n \geq 2$ هو 3^n

2- أحسب بطريقتين مختلفتين عدد أجزاء $E \cup F$ المكونة من n عنصر. و استنتج أن

$$C_{2n}^{n} = \sum_{k=0}^{k=n} \left(C_n^k\right)^2$$

استنتج أن $\frac{n}{2} C_{2n}^{n} = \sum_{k=0}^{k=n} k\left(C_n^k\right)^2$

تمرين8

أحسب المجاميع التالية

$$S_n = \sum_{i=0}^{n} (-1)^i C_n^i \quad \text{و} \quad S'_n = \sum_{i=0}^{n} \frac{1}{i+1} C_n^i \quad \text{و} \quad S_{(n;p)} = \sum_{i=0}^{p} C_n^i \cdot C_{n-i}^{p-i}$$

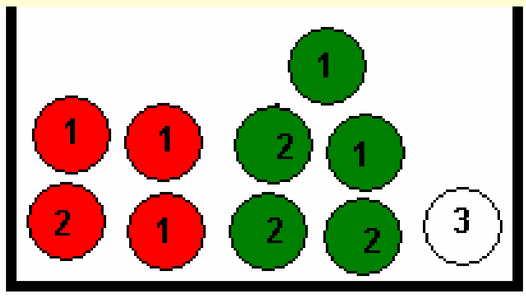
تمرين9

لتكن E مجموعة منتهية حيث $cardE = n \geq 2$

حدد عدد التطبيقات f المعرفة من E نحو E حيث $card\left[f(E)\right] = \frac{n}{2}$

حلول

حل تمرين1



نسحب عشوائيا من الصندوق بالتتابع و بدون إحلال ثلاث كرات.

1- نحدد عدد السحبات الممكنة حيث الكرة الثانية تكون حمراء و تحمل الرقم 1

هذه السحبات ستكون على شكل R_1R_1X أو $\overline{R_1}R_1X$

عدد السحبات الممكنة حيث الكرة الثانية تكون حمراء و تحمل الرقم 1 هي:

$$A_7^1 . A_3^1 . A_8^1 + A_3^2 . A_8^1 = 216$$

2- نحدد عدد السحبات الممكنة بحيث المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ تقبل حلين مختلفين في $\mathbb{R}$ مع العلم أن العدد a يمثل رقم الكرة الأولى المسحوبة و b يمثل رقم الكرة الثانية و c يمثل الكرة الثالثة.

$ax^2 + bx + c = 0$ تقبل حلين مختلفين في $\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow b^2 - 4ac \succ 0$ أي $\left(\frac{b}{2}\right)^2 \succ ac$

إذا كان $b = 1$ فان $\frac{1}{4} \succ ac$ و هذا غير ممكن لأن $a \geq 1$ و $c \geq 1$

إذا كان $b = 2$ فان $1 \succ ac$ غير ممكن

إذا كان $b = 3$ فان $\frac{9}{4} \succ ac$

ومنه $(a;b;c) = (1;3;1)$ أو $(a;b;c) = (1;3;2)$ أو $(a;b;c) = (2;3;1)$

إذن عدد السحبات الممكنة بحيث المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ تقبل حلين مختلفين في $\mathbb{R}$ هي:

$$A_5^1 \cdot A_1^1 \cdot A_4^1 + A_4^1 \cdot A_1^1 \cdot A_5^1 + A_5^1 \cdot A_1^1 \cdot A_4^1 = 60$$

حل تمرين2

من مؤسسة ثانوية تأهلية تحتوي على n شخصا، نريد أن نختار مجلسا مكونا من p شخصا حيث $2 \le p \le n$

-1

a. عدد المجالس الممكنة التي تضم المدير و الناظر هو C_{n-2}^{p-2}

b. عدد المجالس الممكنة التي لا تضم المدير و الناظر هو C_{n-2}^{p}

c. عدد المجالس الممكنة التي تضم المدير أو الناظر و ليس الاثنين معا هو $C_{n-2}^{p-1} + C_{n-2}^{p-1} = 2C_{n-2}^{p-1}$

-2 نستنتج أن $C_n^p = C_{n-2}^p + 2C_{n-2}^{p-1} + C_{n-2}^{p-2}$

عدد المجالس المكونة من p شخص من بين n شخص هو C_n^p

لدينا المجالس المكونة من p شخص من بين n شخص هو مجموع المجالس الممكنة التي تضم المدير و الناظر و المجالس الممكنة التي لا تضم المدير و الناظر و المجالس الممكنة التي تضم المدير أو الناظر و ليس الاثنين معا.

إذن $C_n^p = C_{n-2}^p + 2C_{n-2}^{p-1} + C_{n-2}^{p-2}$

حل تمرين3

1) نبين بالترجع أن $\sum_{p=1}^{p=n} C_{p+1}^2 = C_{n+2}^3 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

من أجل $n=1$ لدينا $C_{1+2}^3 = C_3^3 = 1$ و $\sum_{p=1}^{p=1} C_{p+1}^2 = C_2^2 = 1$ إذن العبارة صحيحة من أجل $n=1$

لنفترض أن $\sum_{p=1}^{p=n} C_{p+1}^2 = C_{n+2}^3$ لنبين أن $\sum_{p=1}^{p=n+1} C_{p+1}^2 = C_{n+3}^3$

$$\sum_{p=1}^{p=n+1} C_{p+1}^2 = C_{n+1+1}^2 + \sum_{p=1}^{p=n} C_{p+1}^2 = C_{n+2}^2 + C_{n+2}^3 = C_{n+3}^3$$

إذن $\sum_{p=1}^{p=n} C_{p+1}^2 = C_{n+2}^3 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

2) نستنتج قيمة المجموع : $S = (1\times 2) + (2\times 3) + (3\times 4) + \dots\dots + (n(n+1))$

لدينا $C_2^2 + C_3^2 + C_4^2 + \dots\dots + C_{n+1}^2 = C_{n+2}^3$

أي $\dfrac{(1\times 2) + (2\times 3) + (3\times 4) + \dots\dots + (n(n+1))}{2} = C_{n+2}^3$

إذن $S = 2C_{n+2}^3 = \dfrac{n(n+1)(n+2)}{3}$

حل تمرين4

ليكن $n \in \mathbb{N}$ حيث $n \ge 2$. نعتبر الدالة f المعرفة بـ $f(x) = (x+1)^n$

بعد حساب $f'(x)$ بطريقتين مختلفتين

نستنتج المجامع التالية $A=\sum_{k=1}^{k=n} kC_n^k$ $\quad B=\sum_{k=0}^{k=n}(k+1)C_n^k$ $\quad C=\sum_{k=0}^{k=n}(2k+1)C_n^k$

لدينا $f(x)=(x+1)^n$ ومنه $f'(x)=n(x+1)^{n-1}$

لدينا $f(x)=\sum_{k=0}^{n} C_n^k x^k$ ومنه $(f(x))'=\left(\sum_{k=0}^{n} C_n^k x^k\right)'=\sum_{k=1}^{n} kC_n^k x^{k-1}$

ومنه $n(x+1)^{n-1}=\sum_{k=1}^{n} kC_n^k x^{k-1}$ بوضع $x=1$ فان $n2^{n-1}=\sum_{k=1}^{n} kC_n^k=A$

$$B=\sum_{k=0}^{k=n}(k+1)C_n^k=n+\sum_{k=1}^{k=n}kC_n^k+\sum_{k=0}^{k=n}C_n^k=n+n2^{n-1}+2^n$$

$$C=\sum_{k=0}^{k=n}(2k+1)C_n^k=2n+2\sum_{k=1}^{k=n}kC_n^k+\sum_{k=0}^{k=n}C_n^k=2n+n2^n+2^n$$

حل تمرين5

صندوق يحتوي على 5 كرات حمراء و 5 كرات بيضاء و 5 كرات خضراء في كل لون الكرات

تحمل الأرقام 1 و2 و3 و4 و5 . نسحب بالتتابع و بدون إحلال خمس كرات من الصندوق.

1- نحسب عدد السحبات المكنة للحصول على3 كرات بيضاء و كرتين حمراويين.

عدد هذه السحبات هو $C_5^3 A_5^3 A_5^2=\frac{60}{3!}\times 60\times 20=12000$

2- نحسب عدد السحبات المكنة للحصول على 5 كرات تحقق الشرطين:

- كرة واحدة تحمل الرقم 5.

- أربع كرات فقط من اللون الأخضر

عدد هذه السحبات هو $C_5^1 A_2^1 A_4^4+C_5^1 A_1^1 C_4^3 A_4^3 A_8^1=240+160=400$

حل تمرين6

1- عدد الإمكانيات الممكنة هو $A_{15}^3=15\times 14\times 13=.....$

2- عدد الإمكانيات التي يكون فيها الكاتب العام و الأمين من الإناث هو $A_9^4+A_9^2\times A_6^2$

حل تمرين7

لتكن E و F مجموعتين غير فارغتين و منفصلتين بحيث $cardE=cardF=n$

3- نبين أن عدد الأزواج $(X;Y)$ من $\left[P(E)\right]^2$ بحيث $X\cup Y=E$ و $n\geq 2$ هو 3^n

نضع $cardX=p$ بما أن $X\cup Y=E$ فان $Y=\overline{X}\cup A$ حيث $A\in P(X)$

ومنه عدد المجموعات الجزئية Y حيث $X\cup Y=E$ هو عدد عناصر $P(X)$ أي 2^p

و بما أن عدد أجزاء E التي رئيسها p هو C_n^p فان عدد الأزواج $(X;Y)$ حيث $cardX=p$

هو $C_n^p 2^P$

و حيث أن $p\in\{0;1;2......;n\}$ فان عدد الأزواج $(X;Y)$ حيث $X\cup Y=E$ هو

$$\sum_{p=0}^{n} C_n^p 2^p=(1+2)^n=3^n$$

4- نحسب بطريقتين مختلفتين عدد أجزاء $E\cup F$ المكونة من n عنصر. و نستنتج أن

$$C_{2n}^n=\sum_{k=0}^{k=n}\left(C_n^k\right)^2$$

*- بما أن $card(E\cup F)=2n$ فان عدد أجزاء $E\cup F$ المكونة من n عنصر هو C_{2n}^n

*- كل جزء من $E\cup F$ يكون مكون من k عنصر من E و $n-k$ عنصر من F حيث

$k \in \{0;1;2;....;n\}$

عدد الحالات الممكنة لاختيار جزء مكون من k عنصر من E هو C_n^k

عدد الحالات الممكنة لاختيار جزء مكون من $n-k$ عنصر من F هو $C_n^{n-k} = C_n^k$

عدد أجزاء $E \cup F$ المكونة من n عنصر يحتوي على k عنصر من E و $n-k$ عنصر من F

هو $C_n^k \times C_n^k = \left(C_n^k\right)^2$ حيث $k \in \{0;1;2;....;n\}$

إذن عدد أجزاء $E \cup F$ المكونة من n هو $\sum_{k=0}^{k=n} \left(C_n^k\right)^2$

ومنه نستنتج أن $C_{2n}^n = \sum_{k=0}^{k=n} \left(C_n^k\right)^2$

* نستنتج أن $\frac{n}{2} C_{2n}^n = \sum_{k=0}^{k=n} k\left(C_n^k\right)^2$

نضع $S = \sum_{k=0}^{k=n} k\left(C_n^k\right)^2$

$$S = 0.\left(C_n^0\right)^2 + 1.\left(C_n^1\right)^2 + ... + (n-1)\left(C_n^{n-1}\right)^2 + n\left(C_n^n\right)^2$$

$$S = n.\left(C_n^n\right)^2 + (n-1).\left(C_n^{n-1}\right)^2 + ... + 1.\left(C_n^1\right)^2 + 0.\left(C_n^0\right)^2$$

$C_n^{n-k} = C_n^k$ لأن $S = n.\left(C_n^0\right)^2 + (n-1).\left(C_n^1\right)^2 + ... + 1.\left(C_n^{n-1}\right)^2 + 0.\left(C_n^n\right)^2$

$$2S = n.\left(C_n^0\right)^2 + n.\left(C_n^1\right)^2 + ... + n.\left(C_n^{n-1}\right)^2 + n.\left(C_n^n\right)^2$$

$$2S = n\left(\left(C_n^0\right)^2 + \left(C_n^1\right)^2 + ... + \left(C_n^{n-1}\right)^2 + \left(C_n^n\right)^2\right) = nC_{2n}^n$$

إذن $\frac{n}{2} C_{2n}^n = \sum_{k=0}^{k=n} k\left(C_n^k\right)^2$

حل تمرين8

نحسب المجاميع التالية $S_n = \sum_{i=0}^{n} (-1)^i C_n^i$ و $S_n' = \sum_{i=0}^{n} \frac{1}{i+1} C_n^i$ و $S_{(n;p)} = \sum_{i=0}^{p} C_n^i \cdot C_{n-i}^{p-i}$

* نعلم أن $(a+b)^n = \sum_{i=0}^{n} C_n^i a^i b^{n-i}$

نضع $a=-1$ و $b=1$ ومنه $S_n = \sum_{i=0}^{n} (-1)^i C_n^i = 0$

* لدينا $\frac{1}{i+1} C_n^i = \frac{1}{i+1} \times \frac{n!}{(n-i)!i!} = \frac{n!}{(n-i)!(i+1)!} = \frac{1}{n+1} \times \frac{(n+1)!}{(n-i)!(i+1)!} = \frac{1}{n+1} C_{n+1}^{i+1}$

ومنه

$$S_n' = \sum_{i=0}^{n} \frac{1}{i+1} C_n^i = \sum_{i=0}^{n} \frac{1}{n+1} C_{n+1}^{i+1} = \frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^{n} C_{n+1}^{i+1} = \frac{1}{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} C_{n+1}^i$$

$$S_n' = \frac{1}{n+1}\left(-C_{n+1}^0 + \sum_{i=0}^{n+1} C_{n+1}^i\right)$$

و حيث أن $\sum_{i=0}^{n+1} C_{n+1}^{i} = 2^{n+1}$ فان $S'_n = \frac{1}{n+1}\left(-1+2^{n+1}\right)$

* لدينا $C_n^i C_{n-i}^{p-i} = \frac{n!}{(n-i)!i!} \times \frac{(n-i)!}{(n-i-p+i)!(p-i)!} = \frac{n!}{i!} \times \frac{1}{(n-p)!(p-i)!} = \frac{n!}{(n-p)!p!} \times \frac{p!}{i!(p-i)!}$

أي أن $C_n^i C_{n-i}^{p-i} = C_n^p C_p^i$

وبالتالي $S_{(n;p)} = \sum_{i=0}^{p} C_n^i \cdot C_{n-i}^{p-i} = \sum_{i=0}^{p} C_n^p C_p^i = C_n^p \sum_{i=0}^{p} C_p^i = 2^p C_n^p = 2^p \times \frac{n!}{(n-p)!p!}$

حل تمرين9

لتكن E مجموعة منتهية حيث $cardE = n \geq 2$

نحدد عدد التطبيقات f المعرفة من E نحو E حيث $card\left[f(E)\right] = \frac{n}{2}$ (n زوجي)

نعتبر $f(E) = \left\{y_1; y_2; \dots\dots; y_{\frac{n}{2}}\right\} = F$ و $Y_i = \{\varphi / \forall x \in E; \ \ \varphi(x) \neq y_i\}$ حيث φ تطبيق من E نحو F

لدينا $\varphi \in Y_i \Leftrightarrow$ φ تطبيق من E نحو $F - \{y_i\}$

عدد التطبيقات المعرفة من E نحو $F - \{y_i\}$ هو $cardY_i = \left(\frac{n}{2} - 1\right)^n$

y_i تقبل على الأقل سابق بالتطبيق f في $E \Leftrightarrow f \in \overline{Y_i}$

كل عنصر من F يقبل على الأقل سابق بـ f في E (أي f شمولي من E نحو F) $\Leftrightarrow f \in \bigcap_{i \in \left[\!\left[1;\frac{n}{2}\right]\!\right]} \overline{Y_i}$

ومنه عدد التطبيقات الشمولية من E نحو F هو $card \bigcap_{i \in \left[\!\left[1;\frac{n}{2}\right]\!\right]} \overline{Y_i}$

لدينا عدد التطبيقات المعرفة من E نحو F هو $\left(\frac{n}{2}\right)^n$

ومنه $card \bigcap_{i \in \left[\!\left[1;\frac{n}{2}\right]\!\right]} \overline{Y_i} = card \overline{\bigcup_{i \in \left[\!\left[1;\frac{n}{2}\right]\!\right]} Y_i} = \left(\frac{n}{2}\right)^n - card \bigcup_{i \in \left[\!\left[1;\frac{n}{2}\right]\!\right]} Y_i$

$\varphi \in Y_{i_1} \cap Y_{i_2} \cap \dots \cap Y_{i_k} \Leftrightarrow$ φ تطبيق من E نحو $F - \{y_{i_1}; y_{i_2}; \dots . y_{i_k}\}$

ومنه $card\left(Y_{i_1} \cap Y_{i_2} \cap \dots \cap Y_{i_k}\right) = \left(\frac{n}{2} - k\right)^n$

$$card \bigcup_{i \in \left[\!\left[1;\frac{n}{2}\right]\!\right]} Y_i = \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}} (-1)^{k-1} \left(\sum_{1 \leq i_1 \leq \dots \leq i_k \prec \frac{n}{2}} card\left(Y_{i_1} \cap Y_{i_2} \cap \dots \cap Y_{i_k}\right) \right)$$

لدينا $C_{\frac{n}{2}}^k$ طريقة لاختيار $1 \leq i_1 \leq \dots \leq i_k \prec \frac{n}{2}$ ومنه $card \bigcup_{i \in \left[\!\left[1;\frac{n}{2}\right]\!\right]} Y_i = \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}} (-1)^{k-1} C_{\frac{n}{2}}^k \left(\frac{n}{2} - k\right)^n$

إذن عدد التطبيقات الشمولية من E نحو F هو $\left(\frac{n}{2}\right)^n - \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}} (-1)^{k-1} C_{\frac{n}{2}}^k \left(\frac{n}{2} - k\right)^n$

لدينا $C_n^{\frac{n}{2}}$ لاختيار مجموعة F حيث $cardF=\frac{n}{2}$; $F\subset E$

إذن عدد التطبيقات من E نحو E حيث $card\left[f(E)\right]=\frac{n}{2}$ هو $C_n^{\frac{n}{2}}\left[\left(\frac{n}{2}\right)^n-\sum_{k=1}^{\frac{n}{2}}(-1)^{k-1}C_{\frac{n}{2}}^{k}\left(\frac{n}{2}-k\right)^n\right]$

تمارين

تمرين1

لتكن E مجموعة منتهية و A و B جزئين من E. نضع $cardA=a$; $cardB=b$; $card(A\cap B)=i$

أحسب بدلالة a و b و i رئيسي X في الحالات التالية

1- $X=A\cap((A\cap B)\cap B)$

2- $X=A\cup\left[(B\cap(A\cup B))\cap(A\cup(A\cap B))\right]$

3- $X=A\cap\left[(B\cap(A\cap B))\cup(A\cap(A\cup B))\right]$

تمرين2

1- لتكن E مجموعة منتهية و A و B جزئين من E.

بين أن $card\left[(B-A)\cup(A-B)\right]=cardA+cardB-cardA\cap B$ 2- قدم 200 طالب طلبات للتسجيل

في السنة الأولى لإحدى الجامعات. و بعد جرد لطلبات ، تبين أن 140 طلب لولوج شعب PC و 120 طلب

لولوج شعب MP و 50 طلب لم تشر إلى شعبتي MP و PC

ما هو عدد الطلبة الذين قدموا طلباتهم أحد الشعبتين MP و PC فقط

تمرين3

قام أحد التلاميذ باستطلاع الرأي لـ 100 تلميذا حول الرياضة التي يحبون ممارستها من بين كرة القدم و

كرة السلة و كرة اليد، فكانت النتائج كما يلي : 66 تلميذ يحبون ممارسة كرة القدم

46تلميذ يحبون ممارسة كرة اليد

56 تلميذ يحبون ممارسة كرة السلة

25 لا يحبون ممارسة الرياضات السابقة

10 يحبون ممارسة الرياضات الثلاث

ما هو عدد التلاميذ الذين يحبون ممارسة نوعين من الرياضات السابقة

تمرين4

1- أحسب A_{12}^3 C_{20}^5

2- ليكن n و p من $\mathbb{N}$ حيث $1\le p\le n$

أ- بين أن $C_n^p=\frac{n}{p}C_{n-1}^{p-1}$ ب- استنتج قيمة $S=\sum_{p=1}^{p=n}\frac{1}{p}C_{n-1}^{p-1}$ بدلالة n

5- ليكن n و p و q من $\mathbb{N}$ حيث $0\prec q\prec p\prec n$ بين أن $C_n^qC_{n-q}^{p-q}=C_n^pC_p^q$

6- بين أن $C_{n+1}^{p}=\sum_{k=0}^{k=p}C_{n-k}^{p-k}$ حيث $0\le p\le n$

7- بين أن $C_{n+1}^{p+1}=\sum_{k=0}^{k=n-p}C_{p+k}^{p}$ حيث $0\le p\le n$

تمرين5

لتكن E و F مجموعتين غير فارغتين و منفصلتين بحيث $cardE=cardF=n$

1- أحسب بطريقتين مختلفتين عدد أجزاء $E\cup F$ المكونة من n عنصر.

و استنتج أن $C_{2n}^{n}=\sum_{k=0}^{k=n}\left(C_{n}^{k}\right)^{2}$

2- استنتج أن $\frac{n}{2}C_{2n}^{n}=\sum_{k=0}^{k=n}k\left(C_{n}^{k}\right)^{2}$

تمرين6

ليكن n و p من $\mathbb{N}$ حيث $1\prec p\prec n$

1- بين أن $(n-p)A_{n}^{p}=nA_{n-1}^{p}$

2- بين أن $A_{n}^{p}=nA_{n-1}^{p-1}$

3- استنتج $A_{n}^{p}=A_{n-1}^{p}+pA_{n-1}^{p-1}$

4- حل في $\mathbb{N}$ $A_{n}^{4}=42A_{n}^{2}$

تمرين7 لتكن E مجموعة رئيسها n

نعتبر $S=\{(X;Y)\in P(E)\times P(E)/X\cup Y=E\}$

بين أن $cardS=3^{n}$

تمرين8

لتكن E مجموعة رئيسها n منتهية و A و B جزئين من E حيث $cardA=a$; $cardB=b$

1- حدد $card\{M\subset E/A\subset M\}$

2- لتكن $S=\{X\in P(E)/A\cup X=B\}$

3- بين أن $S\ne\varnothing\Leftrightarrow A\subset B$

4- نفترض أن $A\subset B$. بين أن $\forall X\in S\quad \exists C\in P(A)/\quad X=C\cup(B-A)$

5- استنتج $cardS$

6- لتكن $S'=\{X\in P(E)/A\cap X=B\}$

أ- حدد شرط كاف و لازم لكي تكون $S'\ne\varnothing$ ب- نفترض أن $S'\ne\varnothing$. حدد $cardS'$

تمرين9

ماهو معامل العدد $x^{3}y^{5}z^{2}$ عند نشر $(x-2y+z)^{10}$

تمرين10

يحتوي كيس على 5 كرات حمراء و 3 كرات خضراء

I- نسحب بالتتابع و بدون إحلال ثلاث كرات

1- ما هو عدد السحبات الممكنة ؟
2- ما هو عدد السحبات التي تكون فيها الكرة الأولى فقط خضراء ؟
3- ما هو عدد السحبات التي تحتوي على كرتين حمرا ويين فقط ؟
4- ما هو عدد السحبات التي تحتوي على كرة خضراء على الأقل ؟

II- نسحب بالتتابع و بإحلال ثلاث كرات. نفس أسئلة I

III- نسحب بتان ثلاث كرات نفس أسئلة I باستثناء السؤال 2

تمرين11

نرمي نردا مرقما من 1 إلى 6 ثلاث مرات متتالية فنكون عددا من ثلاث أرقام

1- كم عدد الأعداد الممكن تكوينها ؟
2- كم عدد الأعداد التي رقم وحداتها زوجي يكن تكوينها
3- كم عدد يكمن تكوينه أرقامه مختلفة مثنى مثنى ؟

تمرين12

نرمي نردين A و B في آن واحد , الوجوه لكل منهما مرقمة من 1 الى 6 .

1- كم عدد النتائج الممكنة ؟
2- كم عدد النتائج التي يكون فيها الرقمين البارزين

عند استقرار النردين في الحالتين التاليتين

أ- متساويين ؟ ب- مختلفين ؟

3- كم عدد النتائج التي تشمل على الأقل على رقم فردي ؟

تمرين13

في دوري رياضي لدينا سبعة فرق كل فرقة يجيب أن تلتقي مرة واحدة و واحدة فقط مع الفرق الأخرى.

كم لقاء يجيب أن ننظم ؟

تمرين14

في مكتب جمعية يتكون من 15 عضوا , 6 إناث و 9 ذكور .

نريد أن نختار عشوائيا رئيس و نائبه و كاتب عام و أمين المال.

1- ما هو عدد الإمكانيات الممكنة ؟
2- ما هو عدد الإمكانيات التي يكون فيها الكاتب العام و الأمين من الإناث؟

تمرين15

شارك ثمانية عدائين في سباق 100 م في مدار مكون من 8 ممرات.

ما هي عدد الوضعيات الممكنة عند الانطلاقة.

تمرين16

يحتوي كيس على 10 بيادق . بيدقان يحملا الرقم 0 و ثلاثة بيادق تحمل الرقم 1 و خمسة بيادق تحمل الرقم 2.

نسحب تأنيا بيدقين من الكيس .

1- أحسب عدد السحبات المكنة للحصول على بيدقين جداء رقميهما 1
2- أحسب عدد السحبات المكنة الحصول على بيدقين جداء رقميهما 2
3- أحسب عدد السحبات المكنة للحصول على بيدقين جداء رقميهما أصغر أو يساوي 1

تمرين17

نعتبر كيس يحتوي على 5 بيادق سوداء تحمل الأرقام 1 ،1 ،1 ،3 ،3 و أربعة بيادق خضراء تحمل الأرقام 1 ،2 ، 2 ،2 .

نسحب في آن واحد كرتين من الكيس.

1- أحسب عدد السحبات المكنة للحصول على بيدقين سوداويين.

2- أحسب عدد السحبات المكنة للحصول على بيدقين مجموعهما 4.

3- أحسب عدد السحبات المكنة للحصول على بيدقين سوداويين و مجموع رقميهما يساوي 4.

تمرين18

نعتبر صندوقا يحتوي على 5 كرات حمراء و 5 كرات بيضاء و 5 كرات خضراء في كل لون الكرات تحمل الأرقام 1 و2 و3 و4 و5 .

نسحب بالتتابع و بدون إحلال خمس كرات من الصندوق.

1- أحسب عدد السحبات المكنة للحصول على3 كرات بيضاء و كرتين حمراويين.

2- أحسب عدد السحبات المكنة للحصول على 5 كرات

تحقق الشرطين: - كرة واحدة تحمل الرقم 5.

- أربع كرات فقط من اللون الأخضر

تمرين19

في ثانوية , يوجد 1000 تلميذ , 400 منهم يدرسون اللغة الإنجليزية و 250 يدرسون الإسبانية و 150 يدرسون الإنجليزية و الإسبانية معا.

1- أحسب عدد التلاميذ اللذين يدرسون الإنجليزية أو الإسبانية

2- أحسب عدد التلاميذ لا يدرسون الإنجليزية و لا يدرسون الإسبانية

تمرين20

يحتوي كيس على 5 كرات خضراء و4 حمراء .

A- نسحب من الكيس 4 كرات كما يلي نسحب بالتتابع وبدون إحلال كرتين ونسجل لونهما ونعيدهما إلى الكيس ثم نسحب في نفس الوقت كرتين .

1- حدد عدد السحبات الممكنة

2- حدد عدد السحبات الممكنة التي تكون فيها الكرتين الأولتين خضراويين فقط

3- حدد عدد السحبات الممكنة حيث الكرات الأولى خضراء اللون.

4- حدد عدد السحبات الممكنة التي تضم كرتين حمراويتين فقط.

B- نسحب من الكيس 3 كرات كما يلي :

نسحب كرة من الكيس إذا كانت حمراء نحتفظ بها و نسحب تأنيا كرتين .

إذا كانت خضراء فإننا نعيدها إلى الكيس و نسحب بالتتابع و بدون إحلال كرتين من الكيس.

1- حدد عدد السحبات الممكنة التي تكون فيها الكرتين الأولتين خضراويين .

2- حدد عدد السحبات الممكنة التي تضم كرتين حمرا ويين فقط