ثانوية الحسن الثاني - آسفي -
الأولى علوم رياضية من س.ب

المجموعات

سلسلة تمارين 1

10 -09
ذ . غـــاق

تمرين رقم 1 :

نعتبر المجموعة $E=\{2;4;6;8;\ldots;36;38;40\}$

نعتبر جزئي E المعرفين بما يلي : $A=\{x\in E/\,x=4k;k\in\mathbb{N}\}$ و $B=\{x\in E/\,x=3k;k\in\mathbb{N}\}$

1- أكتب E بإدراك .

2- حدد المجموعات التالية : C_E^A ; C_E^B ; $C_E^{A\cup B}$; $C_E^{A\cap B}$; $C_E^A\cap C_E^B$ و $C_E^A\cup C_E^B$

تمرين رقم 2 :

لتكن E المجموعة المعرفة بما يلي : $E=\left\{(x;y)\in\mathbb{Z}^*\times\mathbb{Z}^*/\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{5}\right\}$

1- بين أن : $\forall x;y\in\mathbb{Z}^*\quad (x;y)\in E\Leftrightarrow (x-5)(y-5)=25$

2- حدد بتفصيل المجموعة E .

تمرين رقم 3 :

نعتبر في $\mathbb{R}$ المجموعتين $E=\{x\in\mathbb{R}/|x+1<\alpha|\}$ و $F=\left\{x\in\mathbb{R}/|x-1|<\frac{3}{2}\right\}$ حيث α عدد حقيقي موجب قطعا.

1) اكتب كل من المجموعتين E و F على شكل مجال.

2) بين أن $E\neq\varnothing$

3) حدد قيم α التي من أجلها تكون E و F منفصلتين.

تمرين رقم 4 :

لتكن A و B و C ثلاثة أجزاء من مجموعة E . بين أن العبارات التالية صحيحة :

$$(1)\quad (A\cap B=A\cap C)\Leftrightarrow\left(A\cap\overline{B}=A\cap\overline{C}\right)$$

$$(2)\quad \begin{pmatrix}A\cup B\subset A\cup C\\ A\cap B\subset A\cap C\end{pmatrix}\Rightarrow(B\subset C)$$

$$(3)\quad \left.\begin{matrix}A\cap B=A\cup C\\ A\cup B=A\cap C\end{matrix}\right\}\Rightarrow A=B=C$$

تمرين رقم 5 :

لتكن E و F مجموعتين غير فارغتين ، ليكن A و B جزأين من E و C و D جزأين من F .

1- بين أن $(A\times C)\cup(B\times C)=(A\cup B)\times C$

2- بين أن $(A\cap B)\times(C\cap D)=(A\times C)\cap(B\times D)$

3- هل لدينا : $(A\cup B)\times(C\cup D)=(A\times C)\cup(B\times D)$

ثانوية الحسن الثاني - آسفي -
الأولى علوم رياضية من س.ب

المجموعات

سلسلة تمارين 2

10 -09
ذ . غـــاق

تمرين رقم 1 :

نعتبر المجموعتين E و F بحيث : $E=\{(x;y)/x^2-2y^2+xy+x+2y=0\}$ و $F=\{(x;y)/x+2y=0\}$

1) بين أن : $E\neq\varnothing$

2) بين أن : $F\subset E$

3) أ- حدد y من $\mathbb{R}$ بحيث $(1;y)\in E$ ب – هل $E\subset F$ ؟ علل جوابك.

4) حدد مجموعة G بحيث : $E=F\cup G$

تمرين رقم 2 :

لتكن A وB وC ثلاث أجزاء من المجموعة $E=\{1;2;3;4;5\}$ بحيث :

$A\cap B=\{2;4\}$ و $A\cap C=\{2;3\}$ و $A\cup B=\{2;3;4;5\}$ و $A\cup C=\{1;2;3;4\}$.

1- حدد كل من A و B و C .

2- حدد المجموعات التالية : $A\cap(B\cup C)$; $A\cup(B\cap C)$; $\overline{A}$; $\overline{B}$; $\overline{C}$ و $\overline{A\cup C}$; $\overline{A\cap B}$

تمرين رقم 3 :

لتكن A و B و C ثلاثة أجزاء من مجموعة E .

1 - بين أن : $A\subset(B\cup(A\Delta B))$

2 – بين أن : $(A\Delta C)\subset[(A\Delta B)\cup(B\Delta C)]$

3 - بين أن : $(A\setminus B)\cup(B\setminus C)\cup(C\setminus A)=(A\cup B\cup C)\setminus(A\cap B\cap C)$

4- $\left.\begin{array}{l}A\cap B=A\cup C\\B\cap C=B\cup A\\C\cap A=C\cup B\end{array}\right\}\Rightarrow A=B=C$

5- بين أن : $(A\setminus B)\cup(B\setminus C)\cup(C\setminus A)=(A\cup B\cup C)\setminus(A\cap B\cap C)$

$(A-B)-C=A-(B\cup C)$

$A\cap(B-C)=(A\cap B)-(A\cap C)$

$(A=B)\Leftrightarrow(A\cup B=A\cap B)$

تمرين رقم 4 :

نعتبر المجموعات التالية: $E=\{x\in\mathbb{Z}/x^2\leq 25\}$ و $F=E\cap[-3;5]$ و $G=F\cap[-2;4]$

1- اكتب المجموعات E و F و G بتفصيل.

2- حدد C_E^F و C_F^G

3- اكتب بتفصيل المجموعة : $H=\{(x,y)\in G^2/y=x+3\}$

تمرين رقم 1

ليكن f التطبيق المعرف من $\mathbb{R}$ نحو $\mathbb{R}$ بمايلي : $f(x)=\dfrac{x}{2+|x|}$

1) أ ـ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(x)=2$

ب ـ هل التطبيق f شمولي؟

2) بين أن التطبيق f تباييني .

تمرين رقم 2 :

نعتبر التطبيق f المعرف بمايلي

$$f:[0,+\infty[\to]-\infty,3]$$
$$x\mapsto 2\sqrt{x+1}-x+1$$

بين أن f تقابل وحدد تقابله العكسي f^{-1}

تمرين رقم 3 :

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$$

نعتبر التطبيق f المعرف بمايلي $x\mapsto\dfrac{1}{(x-2)^2+\dfrac{1}{2}}$

1) بين أن : $f(\mathbb{R})=]0,2]$

2) بين أن : $\forall x\in\mathbb{R}\ :\ f(4-x)=f(x)$

3) هل التطبيق f تباييني؟

4) ليكن g قصور f على $[2,+\infty[$.

بين أن g تقابل من $[2,+\infty[$ نحو $]0,2]$ ثم حدد تقابله العكسي f^{-1}.

تمرين رقم 4 :

نعتبر التطبيق f المعرف بمايلي :

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$$
$$x\mapsto x-\sqrt{x^2+1}$$

1) بين أن : $\forall x\in\mathbb{R}\ ;\ f(x)<0$

2) بين أن :

$$(\forall x,y\in\mathbb{R});\ f(x)-f(y)=(x-y)\left[\frac{\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)+\left(\sqrt{y^2+1}-y\right)}{\sqrt{x^2+1}+\sqrt{y^2+1}}\right]$$

استنتج أن f تطبيق تباييني .

3) بين أن : $(\forall x\in\mathbb{R}):\ x+\sqrt{x^2+1}=-\dfrac{1}{f(x)}$

4) استنتج أن f تقابل من $\mathbb{R}$ نحو $\mathbb{R}^*_-$ و حدد f^{-1} .

تمرين رقم 5 :

نضع $I=]0,+\infty[$ ، نعتبر التطبيق f المعرف بمايلي :

$$f:I\times I\to I\times I$$
$$(x,y)\mapsto\left(xy,\frac{x}{y}\right)$$

1) بين أن f تطبيق تباييني و شمولي.

2) حدد التطبيق التقابلي العكسي f^{-1} للتقابل f

تمرين رقم 6 :

1) نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ النقط $A(1,0)$

$B(0,1)$ و $G\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{4}\right)$ و $K\left(0,\dfrac{1}{4}\right)$

حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ) المار من G و الموازي ل (AB)

2) نعتبر التطبيق f المعرف من المستوى P نحو $\mathbb{R}$ و الذي يربط كل نقطة $M(x,y)$ بالعدد الحقيقي $f(M)$ بحيث :

$$f(M)=4x+4y-3$$

أ ـ حدد $f(K)$ و $f(G)$

ب ـ بين أن التطبيق f شمولي.

ج ـ بين أن التطبيق f ليس تباينيا.

تمرين رقم 7 :

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$$

1) نعتبر التطبيق :

$$x\mapsto x^2+x+2$$

أ ـ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=4$.

ب ـ هل f تباييني؟

ج ـ بين أن : $f(\mathbb{R})=\left[\dfrac{7}{4},+\infty\right[$

2) نعتبر التطبيق : $g:\left[-\dfrac{1}{2},+\infty\right[\to\left[\dfrac{7}{4},+\infty\right[$

$$x\mapsto x^2+x+2$$

بين أن g تقابل و حدد تقابله العكسي g^{-1}.

تمرين رقم 8 :

لتكن E و F مجموعتين غير فارغتين و f تطبيق من E نحو F .

ليكن A و B جزءين من E . بين أن :

$$A\subset B\Rightarrow f(A)\subset f(B)$$
$$f(A\cup B)=f(A)\cup f(B)$$
$$f(A\cap B)\subset f(A)\cap f(B)$$
$$A\subset\overset{-1}{f}\left(f(A)\right)$$

بين انه إذا كان f تباييني فإن : $A=f^{-1}\left(f(A)\right)$

تمرين رقم 9 :

لتكن E و F مجموعتين غير فارغتين و f تطبيق من E نحو F .

ليكن A و B جزءين من F . بين أن :

$$A\subset B\Rightarrow\overset{-1}{f}(A)\subset\overset{-1}{f}(B)$$
$$\overset{-1}{f}(A\cup B)=\overset{-1}{f}(A)\cup\overset{-1}{f}(B)$$
$$\overset{-1}{f}(A\cap B)=\overset{-1}{f}(A)\cap\overset{-1}{f}(B)$$
$$f\left(\overset{-1}{f}(B)\right)\subset B$$

بين أنه إذا كان f شمولي فإن : $f\left(f^{-1}(B)\right)=B$