

التمارين التطبيقية

التمرين 1

حدد عددين حقيقيين α و β بحيث تكون النقطة G هيمرجح لنقطتين المترنيتين (A, α) و (B, β)

$$2\vec{GA} + \vec{AB} = \vec{0} \quad / 2 \quad \vec{GA} + \vec{GB} = \vec{AB} \quad / 1$$

/ 3 G مماثلة A بالنسبة لـ B

التمرين 2

لتكن A و B و C نقطة من المستوى بحيث :

$$2\vec{CA} + 3\vec{BC} = \vec{0}$$

بين أن النقطة B هي مرجح النقطتين A و C مع تحديد وزنيهما .

التمرين 3

لتكن A و B نقطتين و G النقطة بحيث :

$$\vec{GA} + 2\vec{GB} = \frac{1}{3}\vec{AB}$$

بين أن G مرجح للنقطتين $(A, 1)$ و (B, β) حيث β

عدد حقيقي يتم تحديده

التمرين 4

حدد موقع النقطة G مرجح النقطتين المترنيتين

 (A, α) و (B, β) في الحالات التالية :♦ $(A, 2)$ و $(B, 1)$ ♦ $(A, -1)$ و $(B, 2)$ ♦ $(A, -3)$ و $(B, -2)$

التمرين 5

أنشئ النقطة G مرجح النقطتين المترنيتين $(A, -2)$ و $(B, 3)$ و G' مرجح النقطتين $(A, 2)$ و $(B, 1)$ ثم أكتب $\vec{GG'}$ بدلالة \vec{AB} .

التمرين 6

ABC مثلث و B' مرجح النقطتين المترنيتين : $(A, -2)$ و $(C, 1)$ و A' مرجح $(A, 2)$ و $(B, 3)$ و C' مرجح $(C, -1)$ و $(B, 3)$.

/ 1 أنشئ الشكل .

/ 2 بين أن لكل نقطة M من المستوى

$$-\vec{MA}' - \vec{MB}' + 2\vec{MC}' = \vec{0}$$

/ 3 استنتج أن النقط A' و B' و C' مستقيمية.

التمرين 7

/ 1 أنشئ I مرجح $(A, 2)$ و $(C, 1)$ و J مرجح $(A, 1)$ و $(B, 2)$ و K مرجح $(B, -4)$ و $(C, 1)$./ 2 بين أن B مرجح $(K, 3)$ و $(C, 1)$.

/ 3 بين أن J منتصف القطعة [KI].

التمرين 8

لتكن A و B نقطتين مختلفتين من المستوى (P)

$$\|3\vec{MA} + 2\vec{MB}\| = 15 \quad \text{بحيث : } M$$

/ 2 حدد مجموعة النقط M بحيث :

$$\|3\vec{MA} + 2\vec{MB}\| = \|3\vec{MA} + 3\vec{MB}\|$$

التمرين 9

ليكن ABC مثلثا من المستوى بحيث :

. $AB = 6$ و $BC = 5$ و $AC = 4$ و G مركز ثقل المثلث ABC

① حدد و أنشئ مجموعة النقط M من المستوى التي تحقق

$$\|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = 4$$

② i / بين أنه لكل M من المستوى (P) :

. $2\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC} = 2\vec{IA}$ حيث I منتصف القطعة [BC]ii / حدد (Δ) مجموعة النقط M التي تحقق :

$$\|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}\| = \|2\vec{MA} - \vec{MB} - \vec{MC}\|$$

التمرين 10

ليكن ABC مثلثا و النقط A' و B' و C' هي على التوالي

منتصفات القطع [BC] و [AC] و [AB]. وليكن G مركز

ثقل ABC .

1 / بين أن : $\vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AA'}$ و $\vec{BG} = \frac{2}{3}\vec{BB'}$ و $\vec{CG} = \frac{2}{3}\vec{CC'}$

2 / بين أن متوسطات المثلث ABC تتقاطع في نقطة وحيدة يجب تحديدها .

التمرين 11

ليكن ABC مثلثا و G مرجح النقط المترنة

 $(A; 3)$ و $(B; 7)$ و $(C; -4)$ ولتكن K النقطة بحيث :

$$\vec{BK} = \frac{-4}{3}\vec{BC} \quad \text{بين أن G منتصف } [AK].$$

التمرين 12

ليكن ABC مثلث ؛ ولتكن I مرجح النقطتين المترنيتين

 $(B; 4)$ و $(C; -3)$ حدد إحداثيتي كل من النقطتين I و G مركزثقل المثلث ABC. في المعلم $(A; \vec{AB}; \vec{AC})$.

التمرين 13

في معلم (O, \vec{i}, \vec{j}) نعتبر النقطتين $B(2; 5)$ و $C(5; 2)$ ولتكنH مرجح النقطتين $(B; 2)$ و $(C; 1)$

أ / احسب إحداثيتي النقطة H .

ب / لتكن G النقطة بحيث تكون H هي مرجح النقطتين

المترنيتين $(C; -1)$ و $(G; 2)$ و $(O; 1)$ احسب إحداثيتي النقطة G

تمارين داعمة

التمرين 14

ليكن ABCD متوازي أضلاع مركزه O و E منتصف

القطعة [OC] .

$$1 / \text{بين أن } \vec{EA} = 3\vec{EO} \quad \text{و} \quad \vec{EB} + \vec{ED} = 2\vec{EO}$$

واستنتج أن E مرجح النظمة المترنة .

$$\{(A; 1); (B; 1); (C; 5); (D; 1)\}$$

2 / لتكن M نقطة من المستوى . بين أن :

$$\vec{MA} + \vec{MB} + 5\vec{MC} + \vec{MD} = 8\vec{ME}$$

$$\overrightarrow{AG_m} = \frac{1-m}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{2-m}{3} \overrightarrow{AC} \quad / 4 \text{ أ - برهن أن :}$$

$$\cdot \overrightarrow{JG_m} = \frac{1-m}{3} (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \quad \text{ب- استنتج أن :}$$

/ 5 أنشئ النقط G_4 و G_7 و G_{-2}

/ 6 حدد مجموعة النقط G_m عندما يتغير m في \mathbb{R} .

التمرين 18

ABCD متوازي أضلاع و E مرجح النظمة المتزنة

$$\{(C;3);(B;-2);(A;1)\}$$

$$/ 1 \text{ أ - أثبت أن : } \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{CD} + \frac{3}{2} \overrightarrow{AC}$$

$$\text{ب- استنتج أن : } \overrightarrow{DE} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} \text{ . وأنشئ E}$$

/ 2 لتكن F منتصف [BE]

$$\cdot \{(B;2)(F;-4)\} \text{ مرجح E بين أن}$$

$$\text{ب - استنتج أن F هي مرجح } \{(C;3);(A;1)\}$$

التمرين 19

ليكن ABC مثلثا . وليكن B' مرجح النقطتين المترنتين :

(A;1) و (B;3) و C' مرجح النقطتين المترنتين :

(A;1) و (C;3)

$$/ 1 \text{ بين أن } \overrightarrow{AB'} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AB} \text{ و } \overrightarrow{AC'} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AC}$$

$$/ 2 \text{ ليكن K مرجح النظمة المتزنة } \{(A;1);(B;3);(C;3)\}$$

و I منتصف القطعة [BC]

$$\cdot \text{أ - بين أن } \overrightarrow{IK} = \frac{1}{7} \overrightarrow{IA}$$

ب - أثبت أن المستقيمات (AI) و (BC) و (CB')

تتلاقى في النقطة K

$$/ 3 \text{ لتكن A' نقطة من المستوى P بحيث : } \overrightarrow{C'A'} = \overrightarrow{AB'}$$

$$\text{أ - بين أن : } \overrightarrow{AA'} = \frac{3}{2} \overrightarrow{AI}$$

ب - استنتج أن النقط A و K و I و A' مستقيمية

التمرين 20

لتكن A و B و C و D أربع نقط من المستوى .

/ 1 لتكن M نقطة من المستوى بسط التعبيرين :

$$\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD}$$

$$\text{و } 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$$

/ 2 استنتج مجموعة النقط M من المستوى بحيث :

$$\|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD}\| = \|\overrightarrow{2MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\|$$

/ 3 أ - بين أنه توجد نقطة وحيدة F بحيث :

$$\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB} + 5\overrightarrow{FC} + \overrightarrow{FD} = 4\overrightarrow{DB}$$

ب - أنشئ F واستنتج أن المستقيمين (AC) و (DF)

متوازيان

/ 4 لتكن G مائلة النقطة F بالنسبة للنقطة E . بين أن

منتصف القطعة [AG] ينتمي إلى المستقيم (OF)

التمرين 15

ليكن ABCD متوازي أضلاع مركزه I والنقطتان M و N

$$\text{بحيث } \overrightarrow{AN} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AC} \text{ و } \overrightarrow{AM} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AB}$$

وليكن G مرجح النقط (A;1) و (B;3) و (C;3)

/ 1 أ - حدد x وزن النقطة D لكي يكون I مرجح النظمة

$$\text{المتزنة } \{(D;x);(C;3);(B;3);(A;1)\}$$

ب - حدد العددين α و β بحيث تكون النقطة M مرجح

$$\text{النقطتين } (A;\alpha) \text{ و } (B;\beta)$$

ج - استنتج أن G و E و C نقط مستقيمية .

/ 2 بين باستعمال المرجح أن B و F و G نقط مستقيمية

$$\text{و أن } G \in (AI)$$

/ 3 ماذا يمكنك أن تقول عن المستقيمات :

$$(AI) \text{ و } (BF) \text{ و } (EC)$$

التمرين 16

لتكن A و B و C ثلاث نقط غير مستقيمية والنقط I و J و K

$$\text{المعرفة بميلي : } \overrightarrow{BI} = \frac{1}{3} \overrightarrow{BC} \text{ و } \overrightarrow{CJ} = \frac{3}{5} \overrightarrow{CA}$$

$$\text{و } \overrightarrow{AK} = \frac{4}{7} \overrightarrow{AB}$$

/ 1 عبر عن I و J و K كمرجح للنقط A ; B أو C .

/ 2 بين أن المستقيمات (AI) و (BJ) و (CK) تتلاقى

في نقطة واحدة .

التمرين 17

ليكن ABC مثلثا في المستوى .

/ 1 أنشئ النقط I و J و K المعرفة بما يلي :

$$I \text{ مرجح النظمة المتزنة } \{(B;1);(C;2)\}$$

$$J \text{ مرجح النظمة المتزنة } \{(A;2);(C;1)\}$$

$$K \text{ مرجح النظمة المتزنة } \{(A;4);(B;-1)\}$$

$$/ 2 \text{ أ - بين أن : } \overrightarrow{KJ} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}$$

$$\text{ب - بين أن : } \overrightarrow{KI} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{3} \overrightarrow{AC}$$

ج - ماذا تستنتج بالنسبة للنقط I و J و K

/ 3 نربط كل عدد حقيقي m بالنقطة G_m التي تمثل مرجح

النقط المتزنة : (C;2-m) و (B;1-m) و (A;2m) .

أ - تحقق من أن G_m موجودة لكل m من \mathbb{R} .

ب - عرف متجهيا النقط G_0 و G_1 و G_2 .