الثانوية التأهيلية أولاد صالح	الـــدوال اللوغاريتميـــة	السنة الدراسية: 2010/2009.
الأستاذ: محمد حمدان	سلسلة التمارين	المستوى: 2 باك علوم الحياة و الأرض

تمرين 01

بسط التعابير التالية: $\ln(\sqrt{3})+\ln(6)-\ln(9)$ ؛ $\ln(8)+\ln(\sqrt[3]{2})-\ln(16)$ ؛ $\ln(\sqrt{2}+1)^{2009}+\ln(\sqrt{2}-1)^{2009}$ ؛ $\ln^2(2-\sqrt{3})-\ln^2(2+\sqrt{3})$ ؛ ؛ $\ln\sqrt{e}-3\ln(e^2)+\ln(2e)+\ln\left(\frac{1}{e}\right)$ ؛ $2\ln\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)-\ln\left(\frac{e}{2}\right)+\ln\left(\sqrt[3]{e}\right)$

تمرين 02

حدد مجموعة تعريف الدوال التالية: $f(x)=\ln(-x)$ ؛ $f(x)=\ln(1-|x|)$ ؛ $f(x)=\frac{\ln(x+1)}{\ln(x-2)}$ ؛ $f(x)=\frac{1}{x\ln(x)}$ ؛ $f(x)=\ln\left(\left|\frac{x+2}{x-1}\right|\right)$ ؛ $f(x)=\frac{1}{1-\ln(x)}$ ؛ $f(x)=\sqrt{1-\ln x}$ ؛ $f(x)=\sqrt{\ln^2 x-\ln x}$ ؛ $f(x)=\ln(x^2-3x+2)$ ؛ $f(x)=\ln(x-1)+\ln(2-x)$

تمرين 03

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية: $\ln(2x-1)=0$ ؛ $\ln(-3x+3)+\ln 2=0$ ؛ $\ln(x+1)+\ln(x-4)-\ln 2=0$ ؛ $\ln\left(\frac{x+2}{x-1}\right)+2\ln(x-1)-\ln(3x)=0$ ؛ $\ln\left(\sqrt{1-x}\right)=\frac{1}{2}\ln 3$ ؛ $\ln(x^2+2x-3)=1+\ln(x+3)$ ؛ $\ln(x)+\sqrt{\ln(x)}-2=0$ ؛ $\ln^2(x-1)-3\ln\left(\frac{1}{x-1}\right)+2=0$. ؛ $\ln^2(|x|)-\ln(x^2)-3=0$

تمرين 04

حل في $\mathbb{R}^2$ النظمات التالية:

$\begin{cases}\ln x-\ln y=2\\ \ln x+\ln y=4\end{cases}$ ؛ $\begin{cases}x+y=9\\ \ln x+\ln y=\ln 15\end{cases}$ ؛ $\begin{cases}(\ln x)(\ln y)=-14\\ \ln(xy)=-5\end{cases}$.

تمرين 05

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية: $\ln(x+1)\geq 0$ ؛ $\frac{\ln(x)-1}{\ln(x)+1}\geq 0$ ؛ $\ln(2x-2)-\ln(x+1)\prec 0$ ؛ $\ln|x-1|\leq 1$ ؛ $\ln(3x-e)\geq -1$ ؛ $\ln(2x^2-3x)\geq 2\ln(6-x)$ ؛ $\ln(x-1)+\ln(x-4)\geq\ln(x+4)$ ؛ $4\ln^2(x)-3\ln(x)-1\leq 0$ ؛ $\ln^2(|x|)-\ln(x^2)-3\succ 0$.

تمرين 06

بين أن: $(\forall x\in]0;+\infty[):\ \ln(1+x)=\ln(x)+\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$ ؛

$(\forall x\in]0;+\infty[):\ \ln(1+x^2)=2\ln(x)+\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)$ ؛

$(\forall x\in]2;+\infty[):\ \ln\left(x-2\sqrt{x-1}\right)=2\ln\left(\sqrt{x-1}-1\right)$ ؛

$(\forall x\in]0;+\infty[):\ \ln^2(1+x)-\ln^2(x)=\ln^2(x^2+x)\times\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$.

تمرين 07

أحسب النهايات التالية: $\lim_{x\to+\infty}(3x-5\ln x)$ ؛ $\lim_{x\to+\infty}\left(x-\ln(1+x^2)\right)$ ؛ $\lim_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)^2}{x}$ ؛ $\lim_{x\to+\infty}\ln\left(\frac{1}{x^2+1}\right)$ ؛ $\lim_{x\to+\infty}x\ln\left(\frac{x+2}{x}\right)$ ؛ $\lim_{x\to-\infty}\left(x+\ln(x^2)\right)$ ؛ $\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{\ln(1-x^3)}{x}\right)$ ؛ $\lim_{x\to-\infty}\ln\left(\frac{x^2+x+1}{3+2x^2}\right)$ ؛ $\lim_{x\to-\infty}\left(x^2+2\ln(-x)\right)$ ؛ $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x-3\ln x}{2x-\ln x}\right)$ ؛ $\lim_{x\to+\infty}(x-1)\frac{\ln x}{x}$

تمرين 08

في كل حالة من الحالات التالية أحسب $\lim_{\substack{x\to 0\\ x\succ 0}} f(x)$.

$f(x)=\sin x\times\ln x$ ؛ $f(x)=(\ln x)^2-\ln x$ ؛ $f(x)=x\ln\sqrt[3]{x}$ ؛ $f(x)=\frac{x-\ln x}{x}$ ؛ $f(x)=\frac{1}{x\ln x}$ ؛ $f(x)=\frac{\ln(1+x-x^2)}{x}$ ؛ $f(x)=\frac{\ln|\sqrt{x}-1|}{x}$ ؛ $f(x)=\frac{\ln(\cos x)}{x^2}$ ؛ $f(x)=\frac{\ln(1-x)}{\sqrt{x}}$.

تمرين 09

أحسب النهايات التالية: $\lim_{x\to 3}\frac{\ln(x-2)}{x-3}$ ؛ $\lim_{x\to 2}\ln\left(\frac{x^2-x-2}{x^2+5x-14}\right)$ ؛ $\lim_{x\to 1}\frac{\ln(1+\ln x)}{x^2-1}$ ؛ $\lim_{x\to 1}\frac{\ln(x)}{x^2-x}$ ؛ $\lim_{x\to 2}\frac{\ln\left(\frac{x}{2}\right)}{x-2}$ ؛ $\lim_{x\to e}\frac{\ln(x)-1}{x-e}$.

تمرين 10

في كل حالة من الحالات الاتية تحقق أن الدالة f قابلة للاشتقاق على المجال I ، ثم أحسب $f'(x)$ لكل x من I .

$\boxed{I=]0;+\infty[\ :\ f(x)=x^2-\ln(x)}$ $\boxed{I=]1;+\infty[\ :f(x)=\ln(x-1)-\ln(x)}$

$\boxed{I=]e;+\infty[\ :f(x)=\ln(\ln x)}$ $\boxed{I=]0;+\infty[\ :\ f(x)=\frac{1}{x}-\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)}$

$\boxed{I=]1;+\infty[\ :\ f(x)=\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)}$ ؛ $\boxed{I=]1;+\infty[\ :\ f(x)=\frac{\ln(1+x)}{\ln x}}$

$\boxed{I=\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[\ :\ f(x)=\ln\left(\sqrt{1-2x}\right)}$ $\boxed{I=]1;+\infty[\ :f(x)=\ln(1+x^2)}$

تمرين 11

في كل حالة من الحالات الاتية حدد مجموعة الدوال الأصلية للدالة f على المجال I . $I=\mathbb{R}\ :\ f(x)=\frac{x}{x^2+1}$ ؛ $I=]0;\pi[\ :\ f(x)=\frac{\cos x}{\sin x}$

$I=]2;+\infty[\ :\ f(x)=\frac{3x^2-4}{x^3-4x}$ ؛ $I=]3;+\infty[\ :f(x)=\frac{1}{x-3}-\frac{2}{x+1}$.

الثانوية التأهيلية أولاد صالح	الــــدوال اللوغاريتميـــــة	السنة الدراسية: 2010/2009.
الأستاذ: محمد حمدان	سلسلة التمارين	المستوى: 2 باك علوم الحياة و الأرض

تمرين 12

بسط التعابير التالية: $\log_2(8)-\log_2\left(\sqrt[3]{32}\right)+\log_2(9)-\log_2(3)$

$\log_3\left(\frac{4}{5}\right)-\log_3\left(\frac{1}{27}\right)+\log_2\left(\frac{15}{4}\right)$ ؛ $\log(100)+\log\left(10^{2009}\right)-\log\left(\frac{1}{10^{100}}\right)$.

تمرين 13

1. ليكن a و b من $]1;+\infty[$. بين أن :

$\log_b(a)=\frac{1}{\log_a(b)}$ و $\log_a(b)=\log_{\frac{1}{a}}\left(\frac{1}{b}\right)$.

2. لتكن a و b و c أعداد حقيقية موجبة قطعا. بسط التعابير التالية:

$$\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{a^2}{b}\right)+3\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{b\sqrt[3]{c}}{a}\right)-\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{a}{b^2}\right)$$

و $\log\left(ab^3\right)-\log\left(100b^2a\right)-\log\left(\sqrt{10b}\right)$.

تمرين 14

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي: $f(x)=\frac{2\ln|x|}{x^2}$.

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f ، وبين أنها دالة زوجية.

2. أحسب نهايات f عند محدات D_f .

3. أحسب $f'(x)$ ثم أعط جدول التغيرات.

4. أكتب معادلة ديكارتية لمماس (C_f) في النقطة ذات الأفصول 1.

5. أدرس الفروع اللانهائية لـ(C_f).

6. أنشئ (C_f) في المعلم $(o,\vec{i},\vec{j})$ (نأخذ : $\sqrt{e}\simeq 1{,}7$ و $\frac{1}{e}\simeq 0{,}4$)

تمرين 15

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي: $f(x)=\ln\left(x^2-3x\right)$.

1. حدد D_f حيز تعريف f ، و أحسب النهايات عند محدات D_f .

2. بين أن: $(\forall x\in D_f):\quad f(3-x)=f(x)$. ماذا تستنتج؟

3. أدرس تغيرات الدالة f و أعط جدول تغيراتها.

4. أدرس الفروع اللانهائية لـ(C_f).

5. حدد نقط تقاطع (C_f) مع محور الأفاصيل. ثم أنشئ (C_f).

تمرين 16

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي: $f(x)=x+\frac{3}{x}+2\ln|x|$.

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f .أحسب نهايات f عند محدات D_f.

2. بين أن إشارة $f'(x)$ هي إشارة x^2+2x-3 .

3. أعط جدول تغيرات الدالة f .

4. أدرس الفروع اللانهائية لـ(C_f).

5. أدرس تقعر المنحنى (C_f).

6. أنشئ (C_f) في المعلم $(o,\vec{i},\vec{j})$ مبرزا النقط التي أفاصيلها $-4;-3;-2;1;3$ (نأخذ : $\ln 2\simeq 0{,}7$ و $\ln 3\simeq 1{,}1$).

تمرين 17

I)-- **1.** أدرس تغيرات الدالة g بحيث: $g(x)=x^2-2\ln(x)+2$

2. استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}^{+*}$.

II)-- نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي: $f(x)=\frac{1}{2}x+\frac{\ln(x)}{x}$.

1. حدد D_f حيز تعريف الدالة f .

2. أحسب نهايات f عند محدات D_f .

3. أ) أدرس الفروع اللانهائية لـ(C_f) منحنى الدالة f.

ب) أدرس الوضع النسبي لـ(C_f) و (Δ) ذي المعادلة $y=\frac{1}{2}x$.

4. ادرس تغيرات الدالة f .

5. أ) بين أن (C_f) يقطع محور الأفاصيل في نقطة أفصولها α بحيث : $\frac{1}{2}\prec\alpha\prec 1$.

ب) بين أن: $f'(\alpha)=1+\frac{1}{\alpha^2}$ و استنتج بدلالة α معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة التي أفصولها α .

ج) أعط معادلة المماس لـ (C_f) عند النقطة ذات الأفصول 1.

6. أنشئ المنحنى (C_f) في المعلم $(o,\vec{i},\vec{j})$.

تمرين 18

نعتبر الدالة $f(x)=x\left((\ln x)-1\right)^2$ و $f(0)=0$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و بين أن: $\lim\limits_{x\to 0^+}x(\ln x)^2=0$.

2. بين أن f متصلة على يمين 0 و أدرس قابلية اشتقاقها على يمين 0 ، ثم اعط تأويلا هندسيا.

3. بين أن: $(\forall x\in]0;+\infty[):\quad f'(x)=\left(\ln(x)-1\right)\left(\ln(x)+1\right)$.
و أعط جدول التغيرات.

4. حدد الفرع اللانهائي ثم أنشئ (C_f). (نأخذ : $e\approx 2{,}7$ و $\frac{1}{e}\approx 0{,}4$).

تمرين 19

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي: $f(x)=-x+\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$.

1. حدد D_f حيز تعريف f.وأحسب نهايات f عند محدات D_f .

2. أحسب $f'(x)$ ثم أعط جدول التغيرات.

3. أ- أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f).

ب- أدرس الوضع النسبي لـ(C_f) و المستقيم ذي $y=-x$.

4. أ- بين أنه يوجد عدد حقيقي α بحيث : $\frac{1}{2}\prec\alpha\prec 1$ و $f(\alpha)=0$.

ب- بين أنه يوجد عدد حقيقي β بحيث : $-\frac{3}{2}\prec\beta\prec -1$ و $f(\beta)=0$.

5. أنشئ المنحنى (C_f). (نأخذ : $\ln 2\approx 0{,}7$ و $\ln 3\approx 1{,}1$).