تمارين حول الدوال الأسية

تمرين1

أحسب $\lim_{x\to+\infty}\left(x+\frac{1}{x}\right)^x$ $\qquad$ $\lim_{x\to+\infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)^x$

تمرين2

أدرس و مثل مبيانيا الدالة f حيث $\begin{cases} f(x)=x^{2x} \\ f(0)=1 \end{cases}$

تمرين3

1- حل في $\mathbb{R}$ المعادلات

$$e^{x^2-3x-3}=e \quad ; \quad e^{4x-3}=2$$

$$3e^{3x}-2e^{2x}-e^x=0$$

2- حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات $3^{2x}-3^x-6\succ 0$ $\qquad$ $2e^{2x}-3e^x+1\prec 0 \quad ; \quad e^x-2e^{-x}+1\succ 0$

3- حل في $\mathbb{R}^2$ النظمة $\begin{cases} x+2y=1 \\ 2^x=3^y \end{cases}$

تمرين4

أحسب $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x+2}{e^x-1} \; ; \; \lim_{x\to-\infty}x^2e^x \; ; \; \lim_{x\to+\infty}\frac{e^x+1}{x^3}$ $\qquad$ $\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{e^{2x}-3e^x+2} \; ; \; \lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-e^x}{x}$

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}^x-1}{x-1} \qquad \lim_{x\to 0^+}x^{\sqrt{x}}$$

تمرين5

I- نعتبر الدالة العددية f لمتغير حقيقي المعرفة بما يلي $f(x)=2e^{2x}-3e^x+1$

1-أ- حدد D_f ونهايات f عند محدات D_f

ب- أدرس تغيرات f

2- أ- حدد نقطة تقاطع C_f و محور الأفاصيل

ب- حدد معادلة المماس لـ C_f عند النقطة ذات الأفصول 0

ج- أدرس الفروع اللانهائية لـ C_f

د- أنشئ C_f

II- نعتبر الدالة g المعرفة بـ $g(x)=\ln\left(2e^{2x}-3e^x+1\right)$

1- أ- حدد D_g و نهايات g عند محدات D_g

ب- أدرس تغيرات g

2- أدرس الفروع اللانهائية لـ C_g ثم أنشئ C_g

تمرين6

نعتبر الدالة العددية f لمتغير حقيقي المعرفة بما يلي

$$\begin{cases} f(x)=\left|2x(1-\ln x)\right| & x\succ 0 \\ f(x)=e^x-1-2\sqrt{1-e^x} & x\le 0 \end{cases}$$

1- أدرس اشتقاق و اتصال f عند النقطتين 0 و e
و أعط التأويل الهندسي للنتائج المحصل عليها
2- أحسب نهايات f عند محدات D_f ثم أدرس الفروع للانهائية لـ C_f
3- أدرس تغيرات f و أنشئ C_f $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$
4- بين أن g قصور الدالة f على $]-\infty;0]$ تقابل من $]-\infty;0]$ نحو مجال J يجيب تحديده
أحسب $g^{-1}(x)$ لكل x من J

تمرين7

نعتبر الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ $f(x) = 2x + \dfrac{e^x}{e^x - 1}$

1- حدد D_f و نهايات f عند محدات D_f
2- أدرس تغيرات f و أعط جدول تغيراتها
3- أدرس الفروع اللانهائية لمنحنى f
4- بين أن $A\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$ مركز تماثل للمنحنى C_f
5- أنشئ C_f في مستوى منسوب إلى م.م.م
6- لتكن $m \in \mathbb{R}$.حدد مبيانيا عدد حلول المعادلة $2xe^x - (m-1)e^x - 2x + m = 0$

تمرين8

I- نعتبر الدالة f المعرفة على $D = [0;1[\cup]1;+\infty[$ بحيث $f(x) = \dfrac{2x^2}{x^2 - 1} + \ln\left|x^2 - 1\right|$

1- أحسب نهايات f عند محدات D.
2- بين أن $f'(x) = \dfrac{2x\left(x^2 - 3\right)}{\left(x^2 - 1\right)^2}$ لكل x من D و أعط جدول تغيرات f
3 - استنتج مما سبق إشارة $f(x)$ لكل x من D

II- لتكن g الدالة المعرفة على D بـ $g(x) = x\ln\left|x^2 - 1\right|$

1- أ- أحسب نهايات g عند محدات D.
ب- أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{g(x)}{x}$ و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها.
2- بين لكل x من D $g'(x) = f(x)$ و أعط جدول تغيرات g.
3- أ- استنتج من دراسة الدالة f إحداثيتي I نقطة انعطاف المنحنى C_g
ب- حل في D المعادلة $g(x) = 0$
ج- أنشئ C_g

تمرين9

الجزء الأول

لتكن f الدالة المعرفة بـ $f(x) = \left(x - \dfrac{1}{2}\right)e^{2x} - 4(x-1)e^x - 2$

1- أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و بين لكل x من $\mathbb{R}$ $f(x) = xe^{2x}\left(1 - \dfrac{1}{2x} - \dfrac{4}{e^x} + \dfrac{4}{xe^x} - \dfrac{2}{xe^{2x}}\right)$
ثم استنتج $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2- أدرس تغيرات f

3- أ- أدرس الفروع اللانهائية لـ C_f

ب- بين أن C_f يقطع محور الأفاصيل في نقطة x_0 تنتمي إلى $[-2;-1]$

$$\left(e^4 \simeq \frac{225}{4}; \quad e^2 \simeq \frac{15}{2}; \quad e \simeq \frac{11}{4}\right)$$

ج- أنشئ C_f $\quad \|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$

<u>الجزء الثاني</u>

لتكن g الدالة المعرفة بـ

$$\begin{cases} g(x) = (x^2 - 4x)\ln x - \frac{1}{2}(x^2 - 8x + 4) & x \succ 0 \\ g(0) = -2 \end{cases}$$

1- بين أن $g(x) = f(\ln x)$ $\quad \forall x \in]0;+\infty[$

2- أدرس اتصال و اشتقاق g في يمين 0

3- أدرس تغيرات g

4- أ- أدرس الفروع اللانهائية لـ C_g

ب- أستنتج من 2- ب- في الجزء الأول , تأطيرا لأفصول نقطة تقاطع C_g ومحور الأفاصيل

ج- حدد نصف المماس لـ C_g في النقطة ذات الأفصول 0 ثم أنشئ C_g