الأولى بكالوريا علوم تجريبية	الإشتقاق	الأستاذ : الحيان

التمرين 1 : لتكن f الدالة العددية المعرفة ب : $f(x)=x^2$.

1. بين أن f قابلة للإشتقاق في النقطة $x_0=1$ ؛ وحدد $f'(1)$.
2. حدد معادلة المماس (T) للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ في النقطة التي أفصولها 1.
3. أ- حدد الدالة التآلفية المماسة u للدالة f عند العدد $x_0=1$.

ب- أحسب $f(0,999)$ و $u(0,999)$. ماذا تستنتج ؟

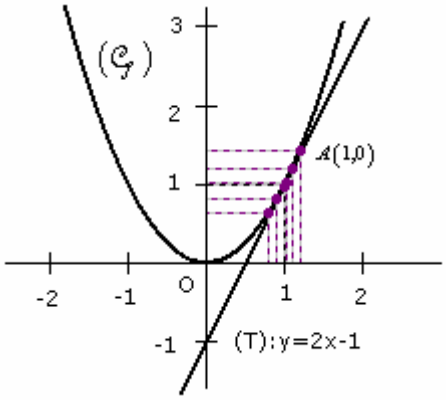
جـ- أحسب $f(1,001)$ و $u(1,001)$. ماذا تستنتج ؟

د- أحسب $f(10)$ و $u(10)$. ماذا تستنتج ؟

ملاحظة : لدينا :

$$f(0,999897)=0,999794010609$$
$$u(0,999897)=0,999794$$

إذن : $f(0,999897)\underset{(1)}{\approx}u(0,999897)$ $\left[10^{-6}\right]$



التمرين 2 : لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=-\dfrac{1}{2}x^2+5 & ; \quad x\le 2 \\ f(x)=\dfrac{x+1}{x-1} & ; \quad x>2 \end{cases}$$

1. أ- أحسب العدد المشتق للدالة f في النقطة $x_0=1$.

ب- حدد الدالة التآلفية المماسة u للدالة f في $x_0=1$.

جـ- استنتج قيمة مقربة للعدد $f(0,9999)$.

2. أ- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين وعلى اليسار في 2 .

ب- استنتج أن f قابلة للإشتقاق في النقطة 2.

جـ- أكتب معادلة ديكارتية ل (T) مماس المنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند النقطة ذات الأفصول 2.

التمرين 3 : أدرس قابلية اشتقاق الدالة f في النقطة x_0 في كل حالة من الحالات التالية :

(i) $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+3}$; $x_0=1$

(ii) $f(x)=\sqrt{2x+1}$; $x_0=4$

(iii) $f(x)=|x-2|-3x$; $x_0=2$

(iv) $f(x)=2x^2+3x-2$; $x_0=-2$

(v) $f(x)=|x^2-2x|$; $x_0=2^+$

(vi) $f(x)=\dfrac{x|x|}{|x+1|}$; $x_0=0$

التمرين 4 : أدرس قابلية اشتقاق الدالة f في النقطة x_0 في كل حالة من الحالات التالية

(i) $x_0=1$; $\begin{cases} f(x)=3x^2-4x & ; \quad x<1 \\ f(x)=-5x^3+2x^2 & ; \quad x\ge 1 \end{cases}$

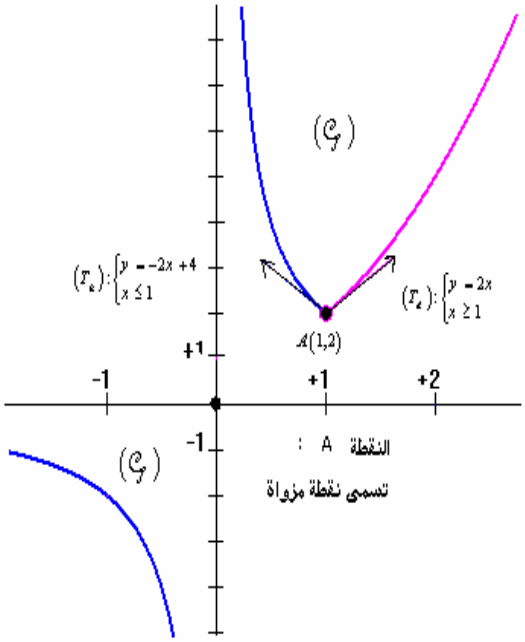
(ii) $x_0=0$; $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2\sin x}{1-\cos x} & ; \quad x\in]-\pi,\pi[-\{0\} \\ f(0)=0 \end{cases}$

(iii) $x_0=0$; $\begin{cases} f(x)=x^2\sin\left(\dfrac{1}{x}\right) & ; \quad x\ne 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

التمرين 5 : لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=x^2+1 & ; \quad x\ge 1 \\ f(x)=\dfrac{2}{x} & ; \quad x<1 \end{cases}$$

1. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في 1 ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصلة .
2. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليسار في 1 ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصلة .
3. هل f قابلة للإشتقاق في النقطة 1 ؟



التمرين 6 : لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$f(x)=\frac{1-|1-x^2|}{x}$$

1. أ- هل الدالة f قابلة للإشتقاق في النقطة 1 ؟

ب- هل الدالة f قابلة للإشتقاق في النقطة -1 ؟

2. أ- بين أن الدالة f تقبل تمديدا بالإتصال φ في الصفر .

ب- هل الدالة φ قابلة للإشتقاق في الصفر ؟

التمرين 7 : لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\cos x-\cos 2x}{x} & ; \quad x\ne 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

1. بين أن الدالة f متصلة في الصفر .
2. بين أن الدالة f قابلة للإشتقاق في الصفر ؛ وأحسب $f'(0)$.

التمرين 8 : لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = 2x - 1 - \dfrac{2}{\sqrt{x}} & ; \quad x \geq 1 \\ f(x) = ax^2 + bx & ; \quad x < 1 \end{cases}$$

حدد العددين الحقيقيين a و b لكي يقبل منحنى الدالة f في النقطة $A(1,-1)$ مماسا يوازي المستقيم الذي معادلته $y = 3x$.

التمرين 9 : لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = x^3 & ; \quad x \in [-1,1] \\ f(x) = x + \sqrt{x^2 - 1} & ; \quad x \in]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[\end{cases}$$

1. حدد D حيز تعريف الدالة f .
2. أحسب نهايات f عند محدات D .
3. أدرس اتصال f في النقطة 1.
4. أدرس اتصال f في النقطة 1- .
5. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f في النقطة 1 ثم أول النتيجة هندسيا .
6. بين أن f غير قابلة للإشتقاق على اليسار في النقطة 1- وأول النتيجة هندسيا ؛ ثم بين أن : $f'_d(-1) = 3$.

التمرين 10 : حدد الدوال المشتقة للدوال التالية :

(i $f(x) = x + (x-1)^3$; $f(x) = (x^3 - 2x)^9$ (ix

(ii $f(x) = \dfrac{x-1}{x+4}$; $f(x) = \sqrt{2-9x}$ (x

(iii $f(x) = 3x^4 - 5x^2 + x - 1$; $f(x) = \sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$ (xi

(iv $f(x) = (x+1)^3(2x-1)^2$; $f(x) = \sin x \cos 2x$ (xii

(v $f(x) = \dfrac{x^2+x-1}{x^2+1}$; $f(x) = \sin x + 2\cos x$ (xiii

(vi $f(x) = (2x-1)(x^2-x-1)^2$; $f(x) = x\tan^2 2x$ (xiv

(vii $f(x) = \left(\dfrac{1-x}{2x-5}\right)^4$; $f(x) = 3x + \tan x - \sqrt{2}$ (xv

(viii $f(x) = \dfrac{x}{1+x^4}$; $f(x) = \dfrac{x^3}{\sqrt{3}}$ (xvi

التمرين 11 : نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{1-\cos x}{\sin x} & ; \quad x \in \left[-\dfrac{\pi}{2},0\right[\cup\left]0,\dfrac{\pi}{2}\right[\\ f(0) = 0 \end{cases}$$

1. أدرس اتصال الدالة f في الصفر .
2. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f في الصفر .
3. أحسب $f'(x)$ من أجل كل x من $\left[-\dfrac{\pi}{2},0\right[\cup\left]0,\dfrac{\pi}{2}\right[$.

التمرين 12 : نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

$$f(x) = \frac{x}{x - 2\sqrt{x} + 2}$$

1. حدد D حيز تعريف الدالة f .
2. أحسب نهايات f عند محدات D .
3. أ- بين أن f قابلة للإشتقاق في الصفر على اليمين وأول هندسيا النتيجة.

ب- بين أن إشارة $f'(x)$ على المجال $]0,+\infty[$ هي إشارة $x-4$.

التمرين 13 : لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{2x^2+2}}$$

1. بين أن f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$.
2. بين أن : $\forall x \in \mathbb{R} \; : \; f'(x) = \dfrac{1-x}{\sqrt{2(1+x^2)^3}}$.

التمرين 14 : نعتبر الدالة العددية R المعرفة على $\mathbb{R}$ بمايلي : $R(x) = -\dfrac{3}{2}x^2 + 48x$

1. أ- تحقق من أن :

$$\forall x \in \mathbb{R} \; : \; R'(x) = -\frac{3}{2}(x-16)^2 + 384$$.

ب- استنتج أن : $R(16)$ هي قيمة قصوى .

2. تنتج مقاولة يوميا x وحدة إنتاجية حيث $0 \leq x \leq 20$.
المدخول اليومي (بآلاف الدراهم) محدد بالدالة R .
أ- حدد عدد الوحدات الواجب إنتاجها لتحقيق مدخول يومي قصوي.
ب- ما هو هذا المدخول اليومي القصوي ؟

التمرين 15 : أجريت دراسة حول المصاريف الشهرية لصنع منتوج A فكانت النتيجة أن المصاريف الثابتة تقدر ب 000 1 درهم والمصاريف المتغيرة حسب الكمية المنتوجة q بالأطنان محددة بالصيغة التالية :

$q^3 - 60q^2 + 900q$ درهم مع $0 \leq q \leq 60$.

1. ما هي الكلفة الكلية $C(q)$ لصنع الكمية q شهريا ؟
2. حدد أقصى كمية q_M يجب إنتاجها شهريا لكي تكون الكلفة دنوية .
3. تباع الكمية المنتوجة q ب 900 درهم للوحدة .
أ- ما هو الربح $B(q)$ بعد بيع الكمية المنتوجة q ؟
ب- ما هي الكمية التي يجب إنتاجها شهريا لكي يكون الربح قصويا؟

التمرين 16 : قامت دولة بدراسة تأثير كمية الإنتاج لمنتوج فلاحي على أثمنته والنتائج المترتبة عن ذلك .
إذا رمزنا ب x لكمية المنتوج بملايين الأطنان ؛ فإن المدخول الإجمالي بملايين الدراهم تحدده الدالة R بحيث : $R(x) = -0,4x^2 + 8x$ و $0 < x < 20$.
وأن المصاريف الإجمالية لعملية الإنتاج تحددها الدالة C بحيث : $C(x) = x + 25$.

1. أ- حدد دالة الربح B بدلالة x .
ب- حدد x لكي يكون الربح قصويا .
2. إذا افترضنا أن المنتوج لايمكن تخزينه وأن الإنتاج وصل إلى 14 مليون طن :
أ- أحسب الربح أو الخسارة الناتجة عن بيع هذه الكمية.
ب- ماهو الربح أو الخسارة إذا أتلف المنتج 4 ملايين

طن. (أي أن المصاريف تكون على 14 مليون طن والمداخيل على 10 ملايين طن)

التمرين 17 : لنقل بضاعته ؛ اكترى تاجر شاحنة بما قدره $100,8$ درهم للساعة على أن يؤدي ثمن البنزين؛ بالنسبة v ثابتة(بالكيلومترات في الساعة) . تستهلك الشاحنة في الساعة كمية من البنزين قدرها باللتر : $f(v)=0,004v^2+0,1$.

1. حدد كمية البنزين المستهلكة لمدة ساعة عندما تكون السرعة تساوي $70\ Km/h$.
2. نفترض أن التاجر اكترى الشاحنة لقطع $210\ Km/h$ بسرعة ثابتة v .

أ- ما هو الوقت اللازم لقطع مسافة $70\ Km/h$.

ب- حدد ؛ بدلالة v ؛ الوقت اللازم لقطع المسافة.

جـ- بين أن كمية الإستهلاك الإجمالية من البنزين بدلالة v هي : $g(v)=0,84v+\frac{21}{v}$.

3. إذا كان ثمن لتر من البنزين هو $6DH$:

أ- أعط بدلالة v ؛ الكلفة الإجمالية بالدرهم $C(v)$ لنقل البضاعة.

ب- أدرس تغيرات الدالة C على المجال $]0,+\infty[$.

جـ- حدد السرعة v_0 التي من أجلها تكون مصاريف التاجر لنقل بضاعته , دنوية ؛ ثم أحسب هذه المصاريف .

التمرين 18 : لاحظ محاسب أنه بثمن $300DH$ (ثمن واحدي) يباع 56 قميصا كل يوم ؛ وأنه كلما نقص الثمن بدرهم ازداد عدد الأقمصة المباعة بأربعة . ليكن x عدد الدراهم المنقوصة من الثمن و $P(x)$ المدخول اليومي الإجمالي .

1. أحسب $P(x)$ بدلالة x .
2. حدد x بحيث يكون المدخول اليومي الإجمالي قصويا ؛ حدد في هذه الحالة عدد الأقمصة المباعة وقيمة المدخول اليومي القصوي .

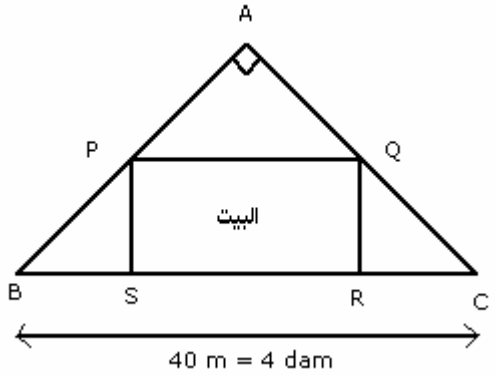
التمرين 19 : نعتبر الدالةالعددية f المعرفة بما يلي : $f(x)=\frac{ax+1}{x-3}$ ؛ حيث a عدد حقيقي .

حدد a بحيث تكون النقطة $A(2,-5)$ منتمية إلى منحنى f ؛ حدد في هذه الحالة مقاربي $(\mathcal{C}_f)$ منحنى f . (رسم $(\mathcal{C}_f)$ غير مطلوب)

التمرين 20 : نعتبر الدالةالعددية f المعرفة بما يلي: $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+2x$

1. أدرس تغيرات الدالة f .
2. حدد القيمة القصوية المطلقة للدالة f .
3. يملك شخص قطعة أرضية على شكل مثلث قائم الزاوية في A ومتساوي الساقين وطول قاعدته $40m$ ويريد أن يبني فيها بيتا مستطيل الشكل . (أنظر الشكل).

أحسب طول وعرض البيت الذي تكون مساحته قصوية .



التمرين 21 : نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي المعرفة بما يلي : $f(x)=\frac{x+1}{x^2+x+1}$

1. أحسب نهايات f عند محدات حيز تعريفها .
2. أحسب $f'(x)$ ثم أعط جدول تغيرات الدالة f .
3. استنتج مقارنة العددين التاليين :

$$A=\frac{2,014017}{(1,014017)^2+2,014017}$$

و $B=\frac{2,014016}{(1,014016)^2+2,014016}$

التمرين 22 : نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي المعرفة بما يلي : $f(x)=\frac{x+1}{x^2+2x+2}$

1. حدد D حيز تعريف الدالة f .
2. أحسب النهايتين : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
3. أ- بين أن إشارة $f'(x)$ على D هي إشارة $-x^2-2x$.

ب- أعط جدول تغيرات الدالة f .

جـ- باستعمال تغيرات الدالة f ؛ قارن العددين :

$$A=\frac{1,1995}{(0,1995)^2+2\times1,1995}$$

و $B=\frac{1,1996}{(0,1996)^2+2\times1,1996}$

4. ليكن $(\mathcal{C}_f)$ المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

أ- أدرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$.

ب- بين أن : $f'(x)=\frac{2(x+1)(x^2+2x-2)}{(x^2+2x+2)^3}$. $\forall x\in D$:

جـ- استنتج أن $(\mathcal{C}_f)$ يقبل ثلاث نقط انعطاف محددا أفاصيلها .

د - أعط معادلة ديكارتية للمماس (T) للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ في النقطة $I(-1,0)$.

هـ- أرسم (T) و $(\mathcal{C}_f)$. (وحدة القياس $2\ cm$)

و- ناقش مبيانيا ؛ حسب قيم البارامتر الحقيقي m ؛ عدد حلول المعادلة : (E) : $mx^2+(2m-1)x+2m-1=0$.