

السنة الدراسية: 2010/2009		المعادلات التفاضلية		الثانوية التأهيلية أولاد صالح	
المستوى: 2 باك علوم الحياة و الأرض		سلسلة التمارين		الأستاذ: محمد حمدان	
$y'' + ay' + by = 0, (a; b) \in \mathbb{R}^2$ المعادلة المميزة: $r^2 + ar + b = 0$			$y' = ay + b,$ $(a; b) \in \mathbb{R}^2$		المعادلة
$\Delta < 0$ $y(x) = e^{p \cdot x} (\lambda \cdot \cos(qx) + \mu \cdot \sin(qx))$ الجذران هما $p - iq$ و $p + iq$ العقديان للمعادلة المميزة.	$\Delta = 0$ $y(x) = (Ax + B)e^{rx}$ هو جذر المعادلة المميزة.	$\Delta > 0$ $y(x) = \lambda e^{r_1 x} + \mu e^{r_2 x}$ هما جذري المعادلة المميزة.	$y(x) = k \cdot e^{ax} - \frac{b}{a}$ $k \in \mathbb{R}$		مجموعة الحلول

## حالات خاصة

مجموعة حلول: $y'' - \omega^2 y = 0$ تكتب على شكل: $y(x) = k_1 e^{\omega x} + k_2 e^{-\omega x}$	مجموعة حلول: $y'' + \omega^2 y = 0$ تكتب على شكل: $y(x) = k_1 \cos(\omega x) + k_2 \sin(\omega x)$	مجموعة حلول: $y'' + ay' = 0$ تكتب على شكل: $y(x) = k_1 e^{-ax} + k_2$
---	--	---

## تمرين 04

لتكن الدالة  $f(x) = 3e^{-2x} - 4$

حدد معادلة تفاضلية من شكل  $y' = ay + b$  تكون  $f$  حلا لها.

## تمرين 05

1. حدد الدالة  $f$  حل للمعادلة:  $3y' + y = 0$  بحيث  $f(0) = -\frac{1}{3}$

2. حدد الحل  $g$  للمعادلة  $y'' - 2\sqrt{2}y' + 2y = 0$  بحيث  $g(0) = 1$  و  $g'(0) = 0$

## تمرين 06

نعتبر المعادلة التفاضلية:  $(E): y' = -3y + 4e^{-2x}$

1. حدد العدد  $\lambda$  بحيث تكون  $g(x) = \lambda e^{-2x}$  حلا للمعادلة  $(E)$ .

2. نضع  $\lambda = 4$  و  $h(x) = f(x) - g(x)$  حيث  $f$  حل للمعادلة  $(E)$ . تحقق أن  $h$  حل للمعادلة  $(E')$ .

3. حل المعادلة  $(E')$  ثم استنتج حلول المعادلة  $(E)$ .

## تمرين 07

نعتبر المعادلة التفاضلية:  $(E): y' + 6y - 2 = 0$

حدد الدالة  $f$  حل للمعادلة  $(E)$  بحيث منحنى الدالة  $f$  يقبل عند النقطة التي أفصولها 1 مماسا معاملته الموجه 2.

## تمرين 08

1. حل المعادلة:  $y'' + 2y' + 5y = 0$

2. حدد الحل  $f$  بحيث  $f(0) = 0$  و  $f'(0) = 2$ . ثم استنتج دالة أصلية للدالة  $f$ .

## تمرين 09

1. حدد الحل  $y$  للمعادلة  $y'' + \frac{9}{4}y = 0$  بحيث  $y\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -1$

و  $y'\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \frac{-3\sqrt{3}}{2}$

2. حدد الأعداد  $A$  و  $\alpha$  و  $\varphi$  بحيث:  $y(x) = A \cdot \cos(\alpha x + \varphi)$

## تمرين 01

1. حل المعادلات التفاضلية:  $y' = 2y$  ؛  $4y' = 2y - 5$  ؛  $3u' = u + 9$  ؛  $\theta' = 3\theta - 2$

2. حدد في كل حالة الدوال  $y$  التي تحقق المعادلة التفاضلية التالية:

(أ)  $y'' + \frac{1}{2}y = 0$

(ب)  $y'' + \frac{9}{4}y = 0$

(ج)  $y'' + 9y = 0$  و  $y'(0) = 1$  و  $y(0) = 1$

(د)  $y'' + 4y = 0$  و  $y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$  و  $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

## تمرين 02

1. تحقق أن:  $f(x) = \frac{x+2}{x} \cdot e^{-\frac{x}{2}}$  حل للمعادلة التفاضلية:

(\*) :  $y'' - \frac{1}{4}y = \frac{2x+4}{x^3} \cdot e^{-\frac{x}{2}}$

2. بين أنه إذا كان  $y$  حلا للمعادلة (\*) فإن  $(y - f)$  هي حل

للمعادلة:  $y'' - \frac{1}{4}y = 0$ . ثم استنتج حلول المعادلة (\*).

## تمرين 03

1. (أ) حدد حلول المعادلة التفاضلية:  $(E): y'' + \pi^2 y = 0$

(ب) حدد الدالة  $Y$  التي تحقق  $(E)$  و  $Y(0) = 1$  و  $Y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$

2. حدد مجموعة حلول المعادلة التفاضلية:  $y'' + 4y' + 4y = 0$

3. حدد مجموعة حلول المعادلة التفاضلية:  $y'' + 2y' - 3y = 0$

4. حل المعادلة التفاضلية:  $y' + 5y = 0$

5. حدد مجموعة حلول المعادلة التفاضلية:  $y'' + 11y' + 10y = 0$

6. حدد مجموعة حلول المعادلة التفاضلية:  $y'' - 4y' + 13y = 0$

7. حدد مجموعة حلول المعادلة التفاضلية:  $y'' - 2y' + 5y = 0$

8. حل المعادلة التفاضلية:  $y' - 2y = 4$

9. حل المعادلة التفاضلية:  $3y' + y = 1$