

نيابة زاكورة

# أولمبياد الرياضيات

صوفي  
أشكوكي

الفرض الثالث

النهائية  
2011/05/28

من 8h إلى 10h30min

## التمرين الأول:

$$\begin{cases} 2x + y + z = 3 \\ 5x - y + z = 2 \\ x + 2y - 3z = 8 \end{cases}$$

و

$$\begin{cases} 2\sqrt{x-2} - \sqrt{y+1} = 7 \\ 3\sqrt{x-2} + 3\sqrt{y+1} = -17 \end{cases}$$

حل النظامين

## التمرين الثاني:

(1)  $f(x) = (1+x)^2 - (a-x)^2$  دالة حيث  $a$  حدد بحيث تكون  $f$  دال خطية

(2) أحسب المسافة  $AB$  علما أن  $A(\sin \alpha; -\cos \alpha)$  و  $B(\cos \alpha; \sin \alpha)$

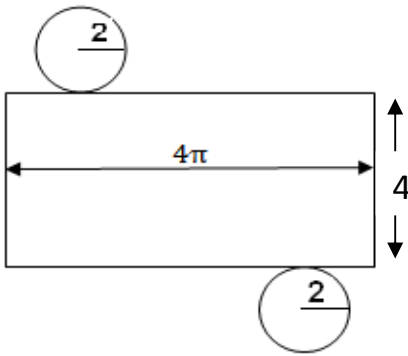
## التمرين الثالث:

(1) نعتبر المتسلسلة الإحصائية

الميزة	2	x	8
الحصيص	1	5	4

حدد قيمة  $x$  بحيث يكون المعدل الحسابي هو 5,9

(2) النشر التالي يمثل نشرا لمجسم  
أحسب حجم هذا المجسم



## التمرين الرابع:

نعتبر النقط  $A(1; 3)$  و  $B(-1; -1)$  و  $C(0; 2)$   
حدد إحداثيتي  $E$  مركز الدائرة المحيطة بالمثلث  $ABC$

### التمرين الخامس:

حصل عطب لصنبور حيث أصبحت تنزل منه 3 قطرات كل 30 ثانية .  
إذا علمت أن 15 قطرة تكون  $1\text{cm}^3$  فاحسب كمية الماء الضائع خلال 24 ساعة

### التمرين السادس:

ABC مثلث و P محيطه و r شعاع دائرته المحاطة به و S مساحته  
أثبت أن  $S = \frac{1}{2}P \times r$

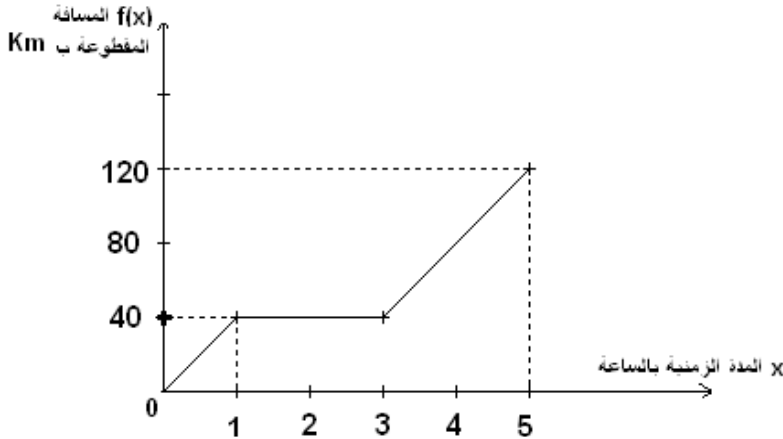
### التمرين السابع:

ABC مثلث متساوي الأضلاع و D مماتلة A بالنسبة ل (BC) و  $E \in [AB]$  المستقيم (DE) يقطع (AC) في F  
(1) بين أن المثلثين BDE و CFD متشابهان  
(2) استنتج أن الجداء  $BE \times CF$  يظل ثابتا عندما تتغير E على  $[AB]$

### التمرين الثامن:

اعتمادا على مواكبة دراجي ، في مرحلة من مراحل الطواف للدرجات . تم إنجاز التمثيل المبياني التالي و الذي يعطي المسافة المقطوعة بدلالة المدة الزمنية . نسمي x المدة الزمنية و f(x) المسافة المقطوعة ( انظر المبيان )

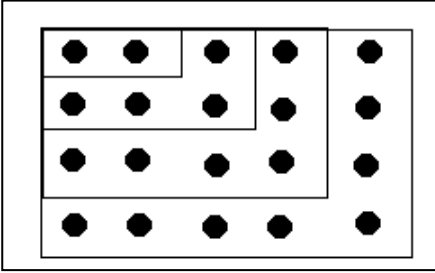
- (1) أكتب f(x) بدلالة x  
(2) أحسب : f(0,5) و f(2) و f(4,5)



## التمرين التاسع:

- (1) حل النظام  $\begin{cases} x + 2y = 8 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$
- (2) حل المعادلة (E)  $x^2 - 12x + 32 = 0$
- (3) نعتبر النظام (S)  $\begin{cases} x + y = 4 \\ x^2 + y^2 + \frac{5}{2}xy = 16 \end{cases}$
- (4) أ- بين أنه إذا كان الزوج  $(x; y)$  حلاً للنظام (S) فإن العددين  $x + 2y$  و  $2x + y$  حلين للمعادلة (E)  
ب- استنتج حلول النظام (S)

## التمرين العاشر:



- (1) أوجد باقي قسمة  $999999^3$  على 5
- (2) المستطيل التالي يحتوي على عدد من المستطيلات المتداخلة حيث الأول يحتوي على 2 من النقاط الثاني يحتوي على 6 نقاط الثالث يحتوي على 12 نقطة الرابع يحتوي على 20 نقطة و هكذا .....
- كم نقطة توجد في المستطيل مائة

## تمرين للبحث ( خلال العطلة الصيفية ) مستقيم أولير :

- ABC مثلث و O مركز الدائرة المحيطة به، لتكن A' و B' و C' منتصفات القطع [BC] و [AC] و [AB] على التوالي نعتبر H نقطة بحيث  $\vec{OH} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$
- بين أن  $\vec{AH} = 2\vec{OA}'$  و  $\vec{BH} = 2\vec{OB}'$  و  $\vec{CH} = 2\vec{OC}'$
- (1) استنتج أن  $(AH) \perp (BC)$  و  $(BH) \perp (AC)$
- (2) ماذا تمثل H بالنسبة للمثلث ABC
- (3) نعتبر G مركز ثقل للمثلث ABC
- بين أن  $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{o}$
- استنتج أن النقط O و G و H مستقيمية

## ملاحظة : نبذة عن حياة ليونارد أولير

كانت ولادة هذا العالم في مدينة بال Bale بسويسرا سنة 1707 م، وكان أبوه رجل دين مسيحي فكان التوجيه المنطقي للابن هو أن يدرس الفلسفة واللاهوت كأبيه. لكن الابن سرعان ما استهوته العلوم الفيزيائية والرياضية التي درسها بمدينة على يد عالم الرياضيات الشهير بوخنا برنولي (أو برنولي الأب) ثم ارتبط الطالب أولير بصديقة حميمة مع ابني أستاذه الرياضيات دانيال ونيقولا برنولي نال إجازته في العلوم في سن السادسة عشر من عمره وكان هذا علامة على عبقريته وفي سنة 1727 استدعته ملكية روسيا كاترينا الثانية إلى مدينة سان بطرسغ ليصير عضواً في أكاديمية العلوم ثم عمل أستاذاً للفيزياء مند عام 1730 ثم أستاذ للرياضيات مند 1733 لكنه في سنة 1741 ذهب ليستقر بمدينة تبرلين لكنه عاد مرة أخرى إلى سان بطرسغ سنة 1766 ليستقير بها حتى وفته سنة 1783 والتي كانت سبب نزيف المخ.

وبرغم من أن أولير أصيب بالعمى في عينيه اليمنى سنة 1735 ثم بالعمى الكلي سنة 1771 إلا أن نصف أعماله أنتجها خلال هذه الفترة العصبية من حياته