

أولمبياد الرياضيات الفرض الثالث

السبت 1 أبريل 2006 من الساعة 14 و 30 د إلى الساعة 17 و 30 د

التمرين الأول

(1) a و b عدنان حقيقيان موجبان.

$$\text{بين أن } \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$$

(2) a و b و c أعداد حقيقية بحيث $a \geq -\frac{1}{4}$ و $b \geq -\frac{1}{4}$ و $c \geq -\frac{1}{4}$ و $a+b+c=1$

$$\text{بين أن } \sqrt{4a+1} + \sqrt{4b+1} + \sqrt{4c+1} \leq 5$$

التمرين الثاني

نعتبر الدالة f التي تحقق $f(x+1) \leq x \leq f(x)+1$ لكل عدد حقيقي x .

$$(1) \text{ بين أن } f(x) \leq x-1 \leq f(x)$$

$$(2) \text{ استنتج تعبير } f(x)$$

التمرين الثالث

ABCD متوازي أضلاع معلوم . لتكن M مائلة A بالنسبة للنقطة B و N منتصف

القطعة [BC]

باختيار معلم مناسب بين أن النقط M و N و D مستقيمية.