

**(I) مجموعة التعريف**

**(1) تعريف** مجموعة تعريف الدالة  $f$  هي مجموعة الأعداد التي لها صورة ونرمز لها بـ  $D_f$

**(2) مجموعة تعريف الدالة:**  $f(x) = \frac{p(x)}{Q(x)}$

تكون  $f(x)$  معرفة إذا وفقط إذا كان  $Q(x) \neq 0$ . نقوم بحل المعادلة

$$D_f = \mathbb{R} - \{ \text{حلول المعادلة} \}$$

**(3) مجموعة تعريف الدالة:**  $f(x) = \sqrt{P(x)}$

تكون  $f(x)$  معرفة إذا وفقط إذا كان  $P(x) \geq 0$  نقوم بدراسة إشارة

$$D_f = \{x \mid P(x) \geq 0\}$$

**(II) دالة زوجية دالة فردية.**

**(1) من أجل دراسة زوجية دالة  $f$**  نقوم بتحديد  $D_f$  ونتحقق أن لكل

$x$  من  $D_f$  لدينا  $-x \in D_f$  ثم نقوم بحساب  $f(-x)$ .

(\* إذا وجدنا  $f(-x) = f(x)$  فإن  $f$  زوجية.

(\* إذا وجدنا  $f(-x) = -f(x)$  فإن  $f$  فردية.

ملاحظة (a) يمكن لدالة أن لا تكون لا زوجية ولا فردية.

$$|-x| = |x| \quad (-x)^n = \begin{cases} x^n & \text{زوجي } n \\ -x^n & \text{فردية } n \end{cases} \quad (b)$$

**(2) تكون  $f$  زوجية** إذا وفقط إذا كان المنحنى  $C_f$  متماثل بالنسبة لمحور

الأرتاب.

**(3) تكون  $f$  فردية** إذا وفقط إذا كان المنحنى  $C_f$  متماثل بالنسبة لأصل

المعلم.

**(III) تغيرات دالة أو رتابة دالة.**

**(1) من أجل دراسة رتابة دالة  $f$**  على مجال  $I$  نعتبر  $x$  و  $y$  من  $I$  بحيث

$x < y$  ونقارن  $f(x)$  و  $f(y)$ .

(\* إذا وجدنا  $f(x) \leq f(y)$  فإن  $f$  تزايدية على  $I$ .

(\* إذا وجدنا  $f(x) < f(y)$  فإن  $f$  تزايدية قطعاً على  $I$ .

(\* إذا وجدنا  $f(x) \geq f(y)$  فإن  $f$  تناقصية على  $I$ .

(\* إذا وجدنا  $f(x) > f(y)$  فإن  $f$  تناقصية قطعاً على  $I$ .

(\* إذا وجدنا  $f(x) = f(y)$  فإن  $f$  ثابتة على  $I$ .

**(2) من أجل دراسة رتابة دالة  $f$**  على مجال  $I$  نعتبر  $x$  و  $y$  من  $I$

$$T(x, y) = \frac{f(x) - f(y)}{x - y} \quad \text{بحيث } x \neq y \text{ ونقوم بحساب معدل التغير}$$

وندرس إشارته .

(\* إذا وجدنا  $T(x, y) \geq 0$  فإن  $f$  تزايدية على  $I$ .

(\* إذا وجدنا  $T(x, y) > 0$  فإن  $f$  تزايدية قطعاً على  $I$ .

(\* إذا وجدنا  $T(x, y) \leq 0$  فإن  $f$  تناقصية على  $I$ .

(\* إذا وجدنا  $T(x, y) < 0$  فإن  $f$  تناقصية قطعاً على  $I$ .

(\* إذا وجدنا  $T(x, y) = 0$  فإن  $f$  ثابتة على  $I$ .

**(3) نقول إن  $f$  رتيبة** على المجال  $I$  إذا كانت تزايدية أو تناقصية على  $I$ .

**ملاحظة**

**(a)**  $f$  تزايدية على  $I$  يعني  $C_f$  تصاعدي في  $I$  عندما نتحرك من

اليسار نحو اليمين

**(b)**  $f$  تناقصية على  $I$  يعني  $C_f$  تنازلي في المجال  $I$  عندما نتحرك

من اليسار نحو اليمين

**(c)**  $f$  ثابتة على  $I$  يعني  $C_f$  عبارة عن مستقيم موازي لمحور

الأفصائل في المجال  $I$ .

**مثال** لدينا  $f$  تزايدية على كل من  $[1, 3]$  و  $[5, 9]$  وتناقصية على

$[3, 5]$  ونلخص هذا في جدول يسمى جدول التغيرات .

**(4) رتابة الدالة  $f(x) = ax + b$**

**(a)** إذا كان  $a > 0$  فإن  $f$  تزايدية على  $\mathbb{R}$

**(b)** إذا كان  $a < 0$  فإن  $f$  تناقصية على  $\mathbb{R}$

**(c)** إذا كان  $a = 0$  فإن  $f$  ثابتة على  $\mathbb{R}$

**(d)** منحنى الدالة  $f$  يكون مستقيماً .

**(5) رتابة دالة زوجية ودالة فردية**

**(a)** لتكن  $f$  دالة زوجية .

(\* إذا كانت  $f$  تزايدية على  $I$  فإن  $f$  تناقصية على  $-I$ .

(\* إذا كانت  $f$  تناقصية على  $I$  فإن  $f$  تزايدية على  $-I$ .

**(b)** لتكن  $f$  دالة فردية .

(\* إذا كانت  $f$  تزايدية على  $I$  فإن  $f$  تزايدية على  $-I$ .

(\* إذا كانت  $f$  تناقصية على  $I$  فإن  $f$  تناقصية على  $-I$ .

**(c)** إذا كان  $I = [a, b]$  فإن  $-I = [-b, -a]$ .

**(IV) مطارف دالة**

**(1)** إذا أردنا أن نبين أن الدالة  $f$  تقبل قيمة قصوية في  $x_0$  ، نبين أن

$f(x) \leq f(x_0)$  في مجال  $I$  يحتوي على  $x_0$  وتكون هذه القيمة القصوية هي

$f(x_0)$ .

$$Y = \frac{\gamma}{X} \quad \text{إذن المعادلة تصبح} \quad \begin{cases} X = x - \alpha \\ Y = y - \beta \end{cases} \quad \text{ثم نضع} \quad y - \beta = \frac{\gamma}{x - \alpha}$$

في العلم  $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$  مع  $\Omega(\alpha, \beta)$ .

### (5) تقاطع منحنى مع محور ي المعلم .

(a) تقاطع  $C_f$  مع محور الأرتيب هي النقطة  $A(0, f(0))$ .

(b) (\*) لكي نحدد تقاطع المنحنى  $C_f$  مع محور الأفصائل نقوم بحل المعادلة  $f(x) = 0$  وإذا كانت هذه الحلول هي  $x_1, x_2, \dots$  فإن نقط التقاطع هي  $A(x_1, 0), B(x_2, 0), \dots$

(\*) حلول المعادلة  $f(x) = 0$  هي أفصائل نقط تقاطع  $C_f$  مع محور الأفصائل.

### (6) تقاطع منحنين .

(\*) لكي نحدد تقاطع المنحنى  $C_f$  و  $C_g$  نقوم بحل المعادلة

$f(x) = g(x)$  وإذا كانت هذه الحلول هي  $x_1, x_2, \dots$  فإن نقط التقاطع هي  $A(x_1, f(x_1)), B(x_2, f(x_2)), \dots$

(\*) حلول المعادلة  $f(x) = g(x)$  هي أفصائل نقط تقاطع  $C_f$  مع  $C_g$

### (7) دراسة الوضع النسبي للمنحنين .

(a) لكي ندرس الوضع النسبي للمنحنين  $C_f$  و  $C_g$  نقوم بدراسة إشارة  $f(x) - g(x)$

(\*) إذا كان  $f(x) - g(x) \geq 0$  فإن  $C_f$  يوجد فوق  $C_g$ .

(\*) إذا كان  $f(x) - g(x) \leq 0$  فإن  $C_f$  يوجد تحت  $C_g$ .

(b) حلول المتراجحة  $f(x) \leq g(x)$  هي اتحاد المجالات التي يكون فيها  $C_f$  تحت  $C_g$

### (8) حل المعادلة $(E) : f(x) = m$

حلول المعادلة  $(E)$  هي أفصائل نقط تقاطع  $C_f$  والمستقيم  $y = m$  ( $\Delta$ )

### (9) إنشاء منحنى الدالة $g(x) = |f(x)|$ انطلاقا من $C_f$ .

إذا كان  $f(x) \geq 0$  يعني  $C_f$  فوق محور الأفصائل فإن  $g(x) = f(x)$  إذن  $C_g$  منطبق مع  $C_f$ .

وإذا كان  $f(x) \leq 0$  يعني  $C_f$  تحت محور الأفصائل فإن

$g(x) = -f(x)$  إذن  $C_g$  مماثل  $C_f$  بالنسبة لمحور الأفصائل.

وبالتالي  $C_g$  مكون من جزء  $C_f$  الموجود فوق محور الأفصائل ومماثل جزء  $C_f$  الموجود تحت محور الأفصائل بالنسبة لمحور الأفصائل.

### (10) إنشاء منحنى الدالة $g(x) = f(|x|)$ انطلاقا من $C_f$ .

لدينا  $g(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = g(x)$  إذن  $g$  دالة زوجية

وبالتالي منحنائها متماثل بالنسبة لمحور الأرتيب. ولدينا لكل  $x \in [0, +\infty[$

$$|x| = x$$

إذن  $g(x) = f(x)$  ومنه  $C_g$  منطبق مع  $C_f$ .

وبالتالي  $C_g$  مكون من جزء  $C_f$  الموجود في  $[0, +\infty[$  ومماثله بالنسبة لمحور الأرتيب.

(2) إذا أردنا أن نبين أن الدالة  $f$  تقبل قيمة دنوية في  $x_0$ ، نبين أن  $f(x) \geq f(x_0)$  في مجال  $I$  يحتوي على  $x_0$  وتكون هذه القيمة الدنوية هي  $f(x_0)$ .

(3a) لكي نبين أن  $\alpha$  قيمة قصوية للدالة  $f$ ، نبين أن  $f(x) \leq \alpha$  في مجال  $I$  ونبحث عن  $x_0$  من  $I$  بحيث  $f(x_0) = \alpha$ .

(3b) لكي نبين أن  $\alpha$  قيمة دنوية للدالة  $f$ ، نبين أن  $f(x) \geq \alpha$  في مجال  $I$  ونبحث عن  $x_0$  من  $I$  بحيث  $f(x_0) = \alpha$ .

(4) إذا كان جدول تغيرات  $f$  على شكل

فإن  $\alpha$  قيمة قصوية للدالة  $f$  في  $x_0$

و  $\beta$  قيمة دنوية للدالة  $f$  في  $x_1$ .

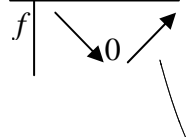
(5) إذا كان منحنى الدالة  $f$  على شكل


فإن  $\alpha$  قيمة قصوية للدالة  $f$  في  $x_0$

و  $\beta$  قيمة دنوية للدالة  $f$  في  $x_1$ .


### (V) الدوال المرجعية .


#### (1) دراسة الدالة $f(x) = ax^2$ ( $a \neq 0$ )

(a) إذا كان  $a > 0$  فإن جدول تغيرات  $f$  هو  ويكون  $C_f$  شلجما رأسه أصل المعلم ومحوره محور الأرتيب تقعره موجه نحو الأعلى.

(b) إذا كان  $a < 0$  فإن جدول تغيرات  $f$  هو  ويكون  $C_f$  شلجما رأسه أصل المعلم ومحوره محور الأرتيب تقعره موجه نحو الأسفل.

#### (2) دراسة الدالة $f(x) = \frac{a}{x}$ ( $a \neq 0$ )

(a) إذا كان  $a > 0$  فإن جدول تغيرات  $f$  هو  ويكون  $C_f$  هذلوليا مركزه أصل المعلم مقارباة محوري المعلم.

(b) إذا كان  $a < 0$  فإن جدول تغيرات  $f$  هو  ويكون  $C_f$  هذلوليا مركزه أصل المعلم مقارباة محوري المعلم.

#### (3) دراسة الدالة $f(x) = ax^2 + bx + c$ ( $a \neq 0$ )

من أجل إنشاء  $C_f$  نحدد معادلة مختصرة ل  $C_f$ . ولهذا نكتب  $f(x)$  على شكل  $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$  ثم نطلق من  $y = f(x)$  يعني

$$\begin{cases} X = x - \alpha \\ Y = y - \beta \end{cases} \quad \text{يعني} \quad y - \beta = a(x - \alpha)^2$$

إذن المعادلة تصبح  $Y = aX^2$  في العلم  $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$  مع  $\Omega(\alpha, \beta)$

#### (4) دراسة الدالة $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$

من أجل إنشاء  $C_f$  نحدد معادلة مختصرة ل  $C_f$ . ولهذا نكتب  $f(x)$  على شكل  $f(x) = \beta + \frac{\gamma}{x - \alpha}$  ثم نطلق من  $y = f(x)$  يعني