الحساب المثلثي

تمرين1

1- أنقل الجدول التالي وضع العلامة × في الخانة المناسبة.

$\sin(-x)$	$\cos(-x)$	$\sin(\pi-x)$	$\cos(\pi-x)$	$\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$	$\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$	$=$
						$\cos x$
						$\sin x$
						$-\cos x$
						$-\sin x$

2- ليكن x من $\mathbb{R}$

بسط التعبير $A=(\sin x)\cdot\cos\left(\frac{21\pi}{2}-x\right)-(\cos(17\pi-x))\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$

تمرين2

1- أ/ حل في $\mathbb{R}$ المعادلتين $\sin x=\frac{5}{3}$ و $\tan x=1$

ب/ حل المتراجحة $\tan x\geq 1$ $x\in]-\pi;0]$

2- أ/ تأكد أن $\cos\frac{2\pi}{3}=-\frac{1}{2}$

ب/ حل المعادلة $\cos x=-\frac{1}{2}$ $x\in]-\pi;\pi]$ ثم مثل الحلول على الدائرة المثلثية.

ج/ حل المتراجحة $\cos x\prec-\frac{1}{2}$ $x\in]-\pi;\pi]$

د/ حل المتراجحة $\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)\prec-\frac{\pi 1}{2}$ $x\in\left]\frac{-\pi}{3};\frac{2\pi}{3}\right]$ (يمكن وضع $X=2x-\frac{\pi}{3}$)

تمرين3

ليكن x من $\mathbb{R}$ و التعبير $P(x)=\cos^6 x+\sin^6 x+3\left(\sin^2 x\right)\left(\cos^2 x\right)-2(\sin x)(\cos x)$

1- بين أن $P(x)=1-2(\sin x)(\cos x)$

2- أ/ أنشئ على دائرة مثلثية النقط ذات الافاصيل المنحنية x حيث $\cos x=\sin x$

ب/ أحسب $(\cos x-\sin x)^2$.

3- أ/ حل المعادلة $P(x)=0$ $x\in[0;2\pi[$

تمرين4

$ABCD$ رباعي دائري محدب

1- بين أن $\sin\widehat{ABD}=\sin\widehat{ADC}$ و $\cos\widehat{ABD}+\cos\widehat{ADC}=0$

2- لتكن E النقطة المتقابلة قطريا مع A

أ/ بين أن المثلث AEC قائم الزاوية في C

ب/ برهن أن $\frac{\sin\widehat{ADC}}{AC}=\frac{1}{2R}$ حيث R شعاع الدائرة المحيطة بالرباعي $ABCD$

ج/ علما أن $\widehat{ADC}=\frac{\pi}{6}$ و $AC=4cm$. حدد شعاع الدائرة المحيطة بالرباعي $ABCD$

تمرين5

1- أ/ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $\sin(x)=\frac{-\sqrt{3}}{2}$ $\left(\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

ب/ حل في $[-\pi;2\pi]$ $\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{-\sqrt{3}}{2}$ و مثل حلول المعادلة على الدائرة المثلية

2- أ/ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $\tan x=\sqrt{3}$

ب/ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $\tan\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}$ و مثل حلول المعادلة على الدائرة المثلية التالية

3- حل $\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=-\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$ $x\in]-\pi;\pi]$

4- حل في $\mathbb{R}$ و مثل حلول المعادلات على الدائرة المثلية التالية

$$\tan^2 x+\left(\sqrt{3}-1\right)\tan x-\sqrt{3}=0$$

$$2\cos^2 2x-7\cos 2x+3=0$$

تمرين6

1- حل المتراجحة $\sin x \prec \frac{-1}{2}$ $x\in]-2\pi;2\pi]$

2- واستنتج حلول المتراجحة $\sin 2x \prec \frac{-1}{2}$ $x\in]-\pi;\pi]$

3- حل المتراجحتين

$$\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)\geq-\frac{\sqrt{2}}{2} \quad x\in[0;\pi]$$

$$\tan\frac{x}{3}\geq\sqrt{3} \quad x\in[-\pi;0]$$

تمرين7

أدرس إشارتي $\tan x-\sqrt{3}$ و $\tan x-1$ في $\left]\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$

استنتج حلول المتراجحة $\tan x+\frac{\sqrt{3}}{\tan x}\prec 1+\sqrt{3}$ $x\in\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$

تمرين8

نعتبر $p(x)=4\sin^2 x-2\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\sin x-\sqrt{6}$

1- أ/ حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $4X^2-2\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)X-\sqrt{6}=0$

ب/ استنتج تعميلا لثلاثية الحدود $4X^2-2\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)X-\sqrt{6}=0$

ج/ حل في $[0;2\pi[$ المعادلة $p(x)=0$

2- أ- عمل $p(x)$

ب- حل في $[0;2\pi[$ المتراجحة $p(x)\prec 0$