# تحويلات اعتيادية
# تمارين وحلول

**تمرين1**

ليكن $ABC$ مثلثا، و $I$ منتصف $[BC]$، و $D$ و $E$ نقطتين حيث $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AI}$ و $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AI}$

و لتكن $t$ الإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AI}$

1- أنشئ الشكل

2- بين أن $D$ و $E$ صورتي $B$ و $C$ بالإزاحة $t$ على التوالي.

3- لتكن $J$ تقاطع نقطة تقاطع المستقيمين $(AI)$ و $(DE)$. أثبت أن $t(I)=J$

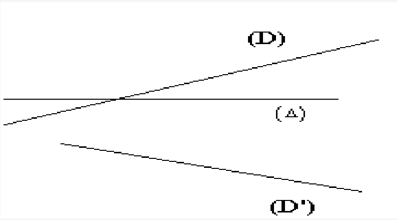
4- نعتبر التحاكي $h$ ذا المركز $A$ و النسبة $\frac{1}{2}$، و النقطة $D'$ صورة $D$ بـ $h$.

أ- بين أن $h(J)=I$

ب- أثبت أن $D'$ منتصف $[BI]$

**تمرين2**

نعتبر الشكل




أنشئ نقطة $A$ من $(D)$ و $B$ من $(D')$ حيث $S_{(\Delta)}(A)=B$

علل جوابك

**تمرين3**

$ABC$ مثلث و $M\in(BC)$ حيث $M\neq C$ $M\neq B$

1- أنشئ المستقيم $(\Delta)$ الموازي لـ $(BC)$ و المار من $A$

2- الموازي لـ $(AB)$ المار من $M$ يقطع $(\Delta)$ في $D$ و الموازي لـ $(AC)$ المار من $M$ يقطع $(\Delta)$ في $E$

حدد صورة كل من $(CA)$ و $(CM)$ بالتماثل المركزي $S_I$ حيث $I$ منتصف $[AM]$

استنتج $S_I(C)$

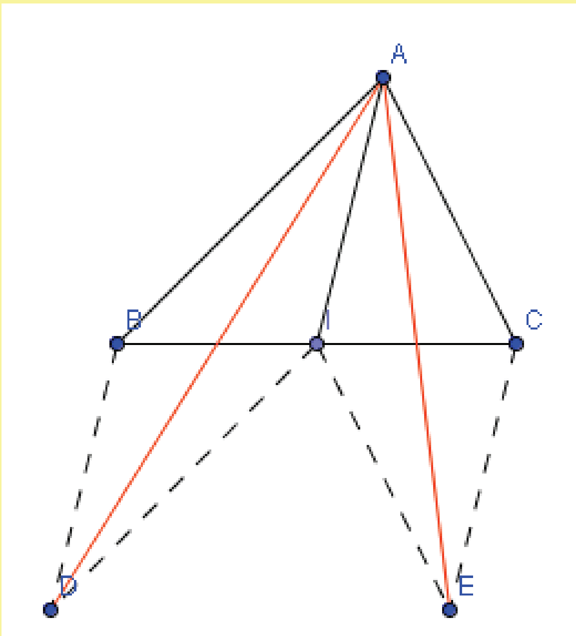
## حلول

**حل تمرين1**

$ABC$ مثلث و $I$ منتصف $[BC]$، و $D$ و $E$ نقطتين حيث $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AI}$ و $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AI}$

$t$ الإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AI}$

1- الشكل



-2 نبين أن $D$ و $E$ صورتي $B$ و $C$ بالإزاحة $t$ على التوالي.

$t$ الإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AI}$

لدينا $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AI}$ و منه $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AI}$ و بالتالي $t(B)=D$

لدينا $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AI}$ و منه $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{AI}$ و بالتالي $t(C)=E$

-3 نثبت أن $t(I)=J$

$J$ تقاطع نقطة تقاطع المستقيمين $(AI)$ و $(DE)$.

لدينا $t$ الإزاحة ذات المتجهة $\overrightarrow{AI}$ ومنه $t[(AI)]=(AI)$

لدينا $t(B)=D$ و $t(C)=E$ و منه $t[(BC)]=(DE)$

و بالتالي $t[(BC)\cap(AI)]=(DE)\cap(AI)$ إذن $t(I)=J$

-4 أ- نبين أن $h(J)=I$

$h$ تحاك مركزه $A$ و النسبة $\frac{1}{2}$ ،

لدينا $t(I)=J$ ومنه $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{AI}$ و منه $\overrightarrow{AJ}-\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{AI}$ و بالتالي $\overrightarrow{AI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AJ}$

إذن $h(J)=I$

ب- نثبت أن $D'$ منتصف $[BI]$

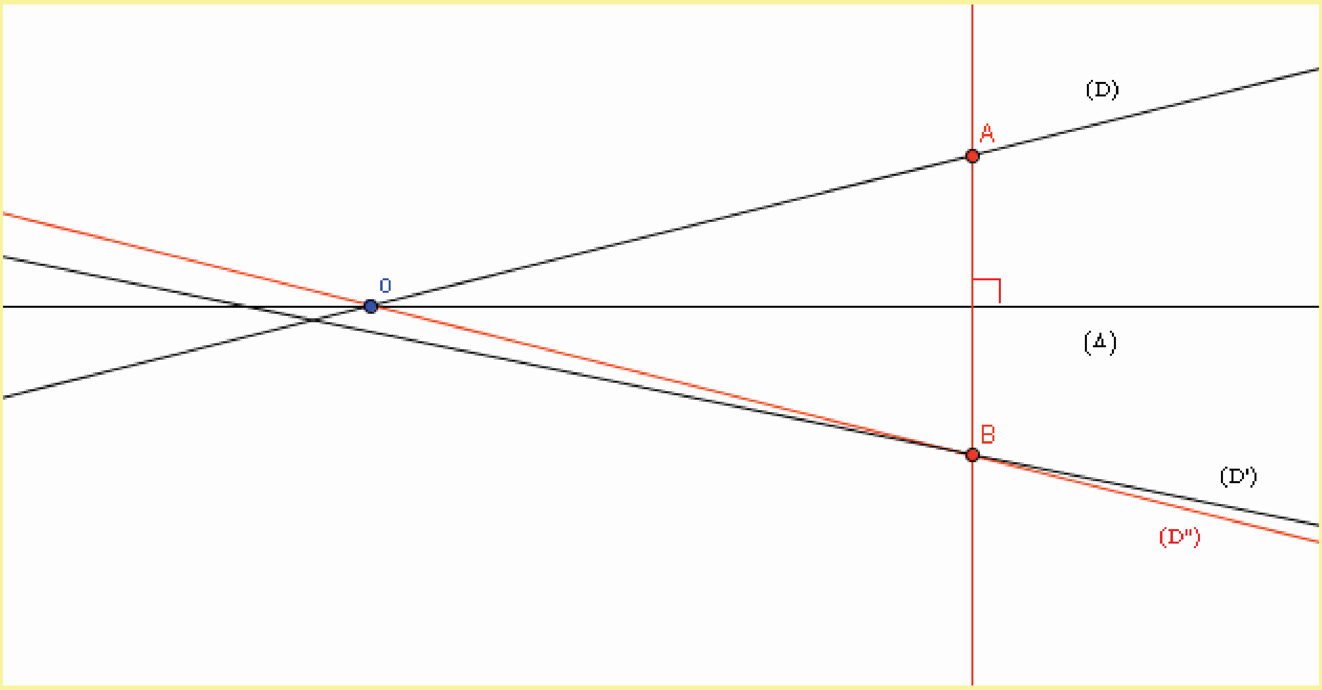
$h(D)=D'$ و منه $\overrightarrow{AD'}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ و حيث $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AI}$ فان $\overrightarrow{AD'}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AI})$

إذن $D'$ منتصف $[BI]$

## حل تمرين2

نعتبر الشكل

انشاء $A$ من $(D)$ و $B$ من $(D')$ حيث $S_{(\Delta)}(A)=B$




$S_{(\Delta)}(A)=B$ و $A$ من $(D)$ ومنه $B\in S_{\Delta}((D))=(D")$ و حيث $B$ من $(D')$ فان $(D')\cap(D")=\{B\}$

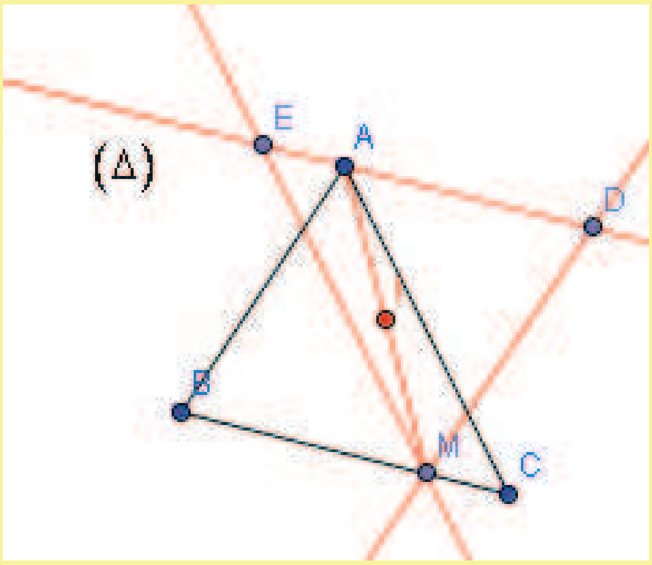
النقطة $A$ هي تقاطع $(D)$ و العمودي على $(\Delta)$ المار من $B$

لانشاء الشكل ننشئ $(D")$ ثم $B$ تقاطع $(D')$ و $(D")$ وبعذلك ننشئ $A$

حل تمرين3

$ABC$ مثلث و $M\in(BC)$ حيث $M\neq C$ $M\neq B$

-1 ننشئ المستقيم $(\Delta)$ الموازي لـ $(BC)$ و المار من $A$




-2 الموازي لـ $(AB)$ المار من $M$ يقطع $(\Delta)$ في $D$ و الموازي لـ $(AC)$ المار من $M$ يقطع $(\Delta)$ في $E$

نحدد صورة كل من $(CA)$ و $(CM)$ بالتماثل المركزي $S_I$

لدينا $I$ منتصف $[AM]$ ومنه $S_I(A)=M$ و بالتالي $S_I((AC))$ هو المستقيم المار من $M$ و الموازي للمستقيم $(CA)$ و حيث $(CA)//(EM)$ فان $S_I((AC))=(EM)$

لدينا $S_I(M)=A$ ومنه $S_I((CM))$ هو المستقيم المار من $A$ و الموازي للمستقيم $(CM)$

وحيث $(CM)//(\Delta)$ و $A\in(\Delta)$ فان $S_I((CM))=(\Delta)$

نستنتج $S_I(C)$

$$S_I((AC)\cap(CM))=S_I((AC))\cap S_I((CM))=(EM)\cap(\Delta)$$

و حيث أن $(EM)\cap(\Delta)=\{E\}$ و $(AC)\cap(CM)=\{C\}$ فان $S_I(C)=E$

## تمارين

تمرين1

أنشئ $A_1$ و$B_1$ صورتي $A$ و $B$ بتحاك نسبته $\frac{2}{3}$

أنشئ $A'$ و$B'$ صورتي $A_1$ و$B_1$ بتحاك نسبته $\frac{-1}{4}$

أنشئ $A''$ و$B''$ صورتي $A_1$ و$B_1$ بتحاك نسبته $\frac{3}{2}$

حدد طبيعة التحويل الذي يحول $A$ و $B$ الى $A'$ و$B'$ على التوالي

حدد طبيعة التحويل الذي يحول $A$ و $B$ الى $A''$ و$B''$ على التوالي

تمرين2

ليكن $ABCD$ متوازي الأضلاع و $I$ و $J$ نقطتين معرفتين بـ $\overrightarrow{CI}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$ ; $\overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{DC}$

-1 أنشئ الشكل

-2 بين أن $(BJ)$ صورة $(AI)$ بالإزاحة $t_{\overrightarrow{AB}}$

3- نعتبر التحاكي $h$ ذا المركز $I$ و الذي يحاول $B$ إلى $C$

a. بين أن $h\left(\left(AB\right)\right)=\left(CD\right)$

b. أثبت أن بسبة $h$ هي العدد-2

4- لتكن $K$ نقطة حيث $\overrightarrow{KI}=2\overrightarrow{AB}$

أ- بين أن $h\left(J\right)=K$

ب- أثبت أن $AI=\frac{1}{2}CK$

تمرين3

نعتبر $\left(C\right)$ دائرة مركزها $\Omega$ و شعاعها 4 و $A$ نقطة من $\left(C\right)$

1- أ) حدد ثم أنشئ $\left(C'\right)$ صورة $\left(C\right)$ بالتحاكي $h$ الذي مركزه $\Omega$ ونسبته $\frac{3}{2}$.

ب) استنتج انشاء النقطة $Q$ صورة $A$ بالتحاكي $h$

2- نعتبر نقطة $B$ من $\left(C\right)$ بحيث $A$ و $\Omega$ و $B$ غير مستقيمية

المستقيم المار من $Q$ و الموازي للمستقيم $\left(AB\right)$ يقطع $\left(C'\right)$ في $R$.

أثبت أن $A$ و $\Omega$ و $R$ مستقيمية

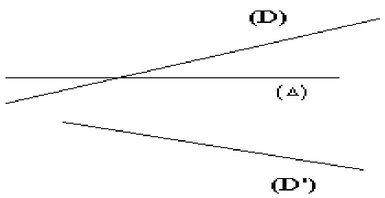
تمرين4

ليكن $A$ و $B$ نقطتين مختلفين. نعتبر $T$ تحويل يربط $M$ بـ $M'$ حيث $\overrightarrow{MM'}=2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}$

حدد طبيعة $T$ و عناصرها المميزة.

تمرين5

نعتبر الشكل




أوجد نقطة $A$ من $\left(D\right)$ و $B$ من $\left(D'\right)$ حيث $S_{(\Delta)}\left(A\right)=B$

تمرين6

$ABC$ مثلث و $M\in\left(BC\right)$ حيث $M\neq C$ $M\neq B$

5- أنشئ المستقيم $\left(\Delta\right)$ الموازي لـ $\left(BC\right)$ و المار من $A$

6- الموازي لـ $\left(AB\right)$ المار من $M$ يقطع $\left(\Delta\right)$ في $D$ و الموازي لـ $\left(AC\right)$ المار من $M$ يقطع $\left(\Delta\right)$ في $E$

حدد صورة كل من $\left(CA\right)$ و $\left(CM\right)$ بالتماثل المركزي $S_I$ حيث $I$ منتصف $\left[AM\right]$ استنتج $S_I\left(C\right)$

تمرين7

$ABC$ مثلث محاط بدائرة $\left(C\right)$ مركزها $O$ و أحد أقطارها $\left[AD\right]$. لتكن $I$ منتصف $\left[BC\right]$ و $B'$ و $C'$ صورتي $B$ و $C$ بالتحاكي $h\left(A;2\right)$. النقطة $H$ المسقط العمودي لـ $D$ على المستقيم $\left(B'C'\right)$

1- أنشئ الشكل

2- بين أن $H$ منتصف $\left[B'C'\right]$

3- بين أن $h\left(I\right)=H$ ثم استنتج أن $A$ و $I$ و $H$ مستقيمية

تمرين8

لتكن $\left(C\right)$ دائرة مركزها $O$ وشعاعها $R$ و $M$ نقطة من $\left(C\right)$ و $A$ و $B$ و $N$ نقط حيث $AMBN$ متوازي الأضلاع. ما هو المحل الهندسي للنقطة $N$ عندما تتغير النقطة $M$ على $\left(C\right)$

( يمكن اعتبار التماثل المركزي $S_I$ حيث $I$ مركز $AMBN$)

تمرين9

في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$. نعتبر $h$ تحاك مركزه $\Omega\left(-2;1\right)$ نسبته $\frac{-3}{2}$ و

$t$ ازاحة متجهتة $\vec{u}\left(1;3\right)$ و $\left(D\right):-2x+y-3=0$ و $\left(\Delta\right):-x-y+1=0$

ليكن $T$ تحويل معرف بالصيغة التحليلية $\begin{cases} x' = -3x + 2 \\ y' = -3y - 4 \end{cases}$

1- حدد صيغ تحويلية لتحويلات $h$ و $t$ و $S_{(\Delta)}$

2- حدد صورة المستقيم $(D)$ بكل من ا لتحويلات $h$ و $t$ و $S_{(\Delta)}$

3- أ- بين أن $T$ تحاك وحدد عناصره المميزة.

ب- حدد صورة الدائرة $C(\Omega;2)$ بالتحويل $T$