تمرين1

1- أحسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ في الحالتين التاليتين

أ- $AB=2$ $AC=6$ $\widehat{BAC}=\frac{\pi}{3}$

ب- $AB=5$ $AC=4$ $\widehat{BAC}=\frac{2\pi}{3}$

2- أحسب $\widehat{BAC}$ علما أن $AB=2\sqrt{2}$ $AC=6$ $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=12$

تمرين2

لتكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتين و $\vec{u}=\overrightarrow{OA}$ و $\vec{v}=\overrightarrow{OB}$ و θ قياس $\left[\widehat{AOB}\right]$

1- نعتبر $\|\vec{u}\|=3$; $\|\vec{v}\|=5$، أحسب $\vec{u}\cdot\vec{v}$ في الحالات التالية

a) $\theta=\frac{\pi}{6}$; b) $\theta=\frac{2\pi}{3}$; c) $\theta=\pi$

2- حدد θ في الحالات التالية

أ- $\|\vec{u}\|=3$; $\|\vec{v}\|=4$; $\vec{u}\cdot\vec{v}=6\sqrt{3}$

ب- $\|\vec{u}\|=\sqrt{3}$; $\|\vec{v}\|=\sqrt{2}$; $\vec{u}\cdot\vec{v}=-\sqrt{3}$

تمرين3

$ABCD$ متوازي الأضلاع حيث $AB=4$; $AC=2$

أحسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{DC}$ $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{CB}$

تمرين4

ليكن ABC مثلثا متساوي الساقين في الرأس A حيث $BC=6$.

أحسب $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BA}$

تمرين5

1- $\|\vec{u}\|=2$ $\|\vec{v}\|=3$ $\vec{u}\cdot\vec{v}=\frac{-1}{2}$

أحسب $(2\vec{u}+\vec{v})\cdot(\vec{u}+4\vec{v})$

$(2\vec{u}-\vec{v})\cdot(2\vec{u}+\vec{v})$

$(3\vec{u}+\vec{v})^2$

2- $\|\vec{u}\|=2$ $\|\vec{v}\|=\sqrt{3}$ $\|\vec{u}+\vec{v}\|=\sqrt{10}$

أحسب $\vec{u}\cdot\vec{v}$

3- $\|\vec{u}\|=2$ $\|\vec{v}\|=3$ $\vec{u}\perp\vec{v}$

أحسب $(-2\vec{u}+\vec{v})\cdot(\vec{u}+4\vec{v})$

تمرين6

ليكن ABC مثلثا حيث $AB=1$ و $CB=CA=\sqrt{2}$ و D نقطة حيث $\overrightarrow{DB}-2\overrightarrow{DC}=\vec{0}$ و I منتصف $[AB]$

1- أ- عبر عن $\overrightarrow{AD}$ بدلالة $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$

ب- بين أن $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AI}$

ج- استنتج أن $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}$ واستنتج $\cos\widehat{BAC}$

ج- أحسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$ و استنتج طبيعة BAD

2- نعتبر M حيث $-3\overrightarrow{MA}+7\overrightarrow{MC}=\vec{0}$

أ- عبر عن $\overrightarrow{AM}$ بدلالة $\overrightarrow{AC}$

ب- أحسب $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}$

ج- بين أن $(MD)\perp(AC)$

تمرين7

ليكن ABC مثلثا.

بين مهما كانت M من المستوى $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{MC}\cdot\overrightarrow{AB}=0$

تمرين8

ليكن ABC مثلثا حيث $AB=3$ و $CB=\sqrt{37}$ و $CA=4$

1- أحسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ و $\cos\widehat{BAC}$

2- أحسب أطوال متوسطات المثلث ABC

تمرين9

ليكن $ABCD$ رباعيا و I و J منتصفا $[AC]$ و$[BD]$

أثبت أن $AB^2+BC^2+CD^2+AD^2=AC^2+BD^2+4IJ^2$

تمرين10

ليكن ABC مثلثا حيث $AB=1$ و $AC=\sqrt{2}$ و $CB=2$

1-أ- أحسب $\cos\widehat{BAC}$

ب- أحسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

2- ليكن I منتصف $[BC]$.

حدد AI

3- لتكن D نقطة حيث $\overrightarrow{DB}+2\overrightarrow{DC}=\vec{0}$

أحسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$ استنتج طبيعة المثلث ABD

تمرين11

ليكن ABC مثلثا حيث $CB=2$ و $AC=\sqrt{3}$ و $\widehat{C}=\frac{\pi}{6}$

1- أحسب AB ثم حدد $\widehat{A}$

2- H المسقط العمودي لـ A على (BC)

بين أن $AH^2+\overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{CH}=0$

3- أ- أحسب BH و CH

استنتج أن $3\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}=\vec{0}$

ب- بين أن $3MB^2+MC^2=4MH^2+3$ لكل نقطة M من المستوى

4- أوجد مجموعة النقط M حيث $3MB^2+MC^2=6$

تمرين12

ليكن ABC مثلثا قائم الزاوية في C حيث $CB=3$ و $AC=1$ و J نقطة من $[BC]$ و D من $[AB]$ حيث AJD متساوي الأضلاع. و لتكن K المسقط العمودي لـ J على (AB)

1- تحقق أن $\overrightarrow{BK}\cdot\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{BJ}\cdot\overrightarrow{BC}$

2- استنتج أن $AB^2-\frac{1}{2}AB\times AJ=BJ\times BC$

3- نضع $x=JC$.أثبت أن x حل للمعادلة $13x^2+12x-3=0$ ثم حدد JC

تمرين13

ليكن ABC مثلثا متساوي الساقين رأسه A بحيث $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=16$ و $\cos\widehat{BAC}=\frac{1}{4}$

1- بين أن $AB=8$ ثم أحسب BC

2- لتكن I نقطة حيث $\overrightarrow{BI}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BA}$

أ- أحسب $\overrightarrow{BI}\cdot\overrightarrow{BA}$

ب- ليكن (Δ) المستقيم المار من I و العمودي على (AB)

بين أن $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{AB}=48$ لكل نقطة M من (Δ)

تمرين14

ليكن ABC مثلثا حيث $AB=3$ و $AC=4$ و $\widehat{BAC}=\frac{\pi}{3}$ و H المسقط العمودي لـ C على (AB).

1- بين أن $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=6$ و استنتج قيمة $AB\times AH$

2- لتكن M نقطة حيث $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$

أ- بين أن $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AB}=24$

ب- أتبث أن $AM=2\sqrt{19}$

ت- استنتج قيمة $\cos\widehat{BAM}$

تمرين15

ليكن ABO مثلثا متساوي الساقين رأسه A، و C و D صورتي A و B بالتماثلالمركزي ذي المركزي O على التوالي.

1- أنشئ شكلا

2- باستعمال مبرهنة المتوسط، أثبت أن $AD^2=AB^2+\frac{1}{2}BD^2$

3- أثبت أن $\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{DB}=\frac{3}{4}DB^2$

4- نفترض أن $AB=\sqrt{10}$ و $BD=4$

أ- أحسب AD.

ب- حدد قيمة $\cos\left[\widehat{ADB}\right]$، واستنتج قياس الزاوية $\left[\widehat{ADB}\right]$.