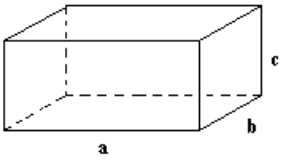
## 1- متوازي المستطيلات

ليكن $a$ و $b$ و $c$ طول و عرض و ارتفاع متوازي المستطيلات

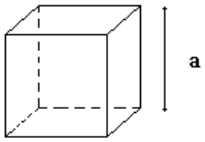



**المساحة :** $S = 2(ab + bc + ca)$

**الحجم:** $V = abc$

## 2- المكعب

ليكن $a$ طول حرف المكعب

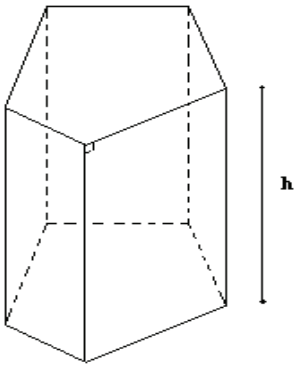



المساحة الكلية $S = 6a^2$

الحجم $V = a^3$

## 3 - الموشور القائم

أ- ليكن $h$ ارتفاع موشور قائم و $l$ و $B$ محيط و مساحة قاعدته على التوالي.




* **المساحة الجانبية** $S = l \times h$

* **المساحة الكلية**

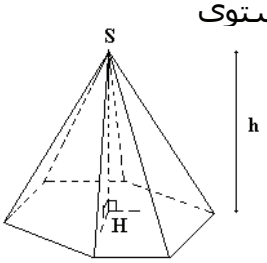
$S_T = l \times h + 2B$

* **الحجم** $V = B \times h$

## 4- الهرم

أ- ليكن $h$ ارتفاع هرما رأسه $S$

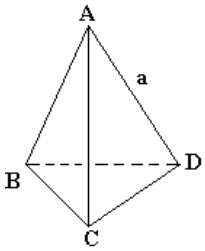
$h = SH$ حيث $H$ المسقط العمودي لـ $S$ على المستوى المتضمن للقاعدة. ليكن $B$ مساحة قاعدة الهرم.




**حجم الهرم:** $V = \frac{1}{3}B.h$

## 5 - رباعي الأوجه المنتظم

ليكن $a$ طول حرف رباعي الأوجه منتظم

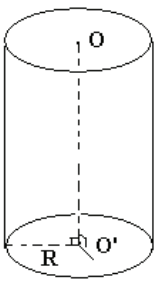



**المساحة الجانبية** $S = \frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$

**الحجم** $V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$

## 6 - الأسطوانة القائمة

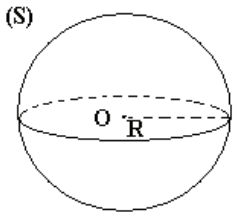
ليكن $h$ ارتفاع الاسطوانة و $R$ شعاع قاعدتها




**المساحة الجانبية** هي $S_L = 2\pi Rh$

الحجم هو $V = \pi R^2 h$

**6- الفلكة**

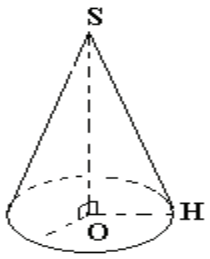



ليكن $R$ شعاع الفلك

**المساحة هي:** $S = 4\pi R^2$

**الحجم هو:** هي $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

**7 - المخروطي الدوراني**




ليكن $R$ شعاع القاعدة لمخروط دوراني

**المساحة الجانبية** هي $S_L = \pi R \cdot SH$

الحجم: $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$

$h = OS$

---

**تمرين** $ABCD$ رباعي الأوجه حيث $BD = DC$ و $I$ و $J$ و $K$ منتصفات $[AB]$ و $[AC]$ و $[CB]$ على التوالي

بين أن $(IJ) \perp (DK)$

**تمرين** $ABCDEFGH$ مكعب

أثبت أن $(EB) \perp (DF)$ ثم أثبت أن $(EBG) \perp (DF)$

**تمرين** ليكن $(C)$ دائرة من المستوى $(P)$. نعتبر $[AB]$ قطرا لـ $(C)$ و $(\Delta)$ العمودي على $(P)$ في $A$.

ليكن $S \in (\Delta)$ حيث $S \neq A$ و $M \in (C)$ ; $M \neq B$

أثبت أن $(MB) \perp (SM)$.

**تمرين** ليكن $ABC$ مثلثا متساوي الساقين في $A$ ضمن مستوى $(P)$ و $I$ منتصف $[BC]$ . لتكن $S$ نقطة من المستقيم العمودي على $(P)$ في $A$ حيث $S \neq A$

3- أثبت أن $(SAI) \perp (SCI)$

4- ليكن $H$ المسقط العمودي لـ $A$ على $(SI)$

أثبت أن $(AH) \perp (SC)$

**تمرين** $ABCDEFGH$ مكعب

أثبت أن $(HEB) \perp (AGF)$

**تمرين** في الفضاء نعتبر $ABC$ مثلثا قائم الزاوية في $A$ ضمن مستوى $(P)$. لتكن $D$ مماثلة $B$ بالنسبة لـ $A$ ، و $S$ نقطة خارج $(P)$ حيث $SB = SD$. لتكن $I$ و $J$ منتصفي $[SD]$ و$[DC]$ على التوالي

3- بين أن $(AB) \perp (SAC)$ استنتج أن $(P) \perp (SAC)$

4- بين أن $(AB) \perp (IJ)$

**تمرين** ليكن $ABCD$ معينا ضمن مستوى $(P)$ حيث $BD = 3cm$ و $AC = 3cm$. لتكن $S$ نقطة من المستقيم العمودي على $(P)$ في $A$ حيث $SA = 8cm$

أحسب حجم الهرم $SABCD$

**تمرين** أحسب حجم فلكة مساحتها تساوي $1m^2$

# تمارين حول التوازي في الفضاء

تمرين1

$ABCDEFGH$ مكعب

حدد تقاطع $(ACG)$ و $(BDG)$

تمرين2

نعتبر $(D)$ و $(D')$ مستقيمين غير مستوئيين في الفضاء. لتكن $A$ و $B$ نقطتين مختلفتين من $(D)$ و لتكن $A'$ و $B'$ نقطتين مختلفتين من $(D')$

أثبت أن $(AA')$ و $(BB')$ غير مستوئيين.

تمرين3

نعتبر $(D)$ و $(D')$ مستقيمين غير مستوئيين في الفضاء. لتكن $A$ نقطة من $(D)$ و لتكن $A'$ نقطة من $(D')$

$(P)$ المستوى المحدد بالمستقيم $(D)$ و النقطة $A'$

$(P')$ المستوى المحدد بالمستقيم $(D')$ و النقطة $A$

حدد تقاطع $(P)$ و $(P')$

تمرين4

$ABCD$ رباعي الأوجه و $P$ و $Q$ و $R$ نقط من $[AB]$ و $[AC]$ و $[AD]$ حيث $(PR)$ يقطع $(BD)$ في $J$ و $(PQ)$ يقطع $(BC)$ في $K$ و $(QR)$ يقطع $(CD)$ في $I$

أتبث أن $J$ و $K$ و $I$ مستقيمية

تمرين5

نعتبر $(P)$ مستوى و $(D)$ مستقيما يخترقه في $I$، لتكن $A$ و $B$ نقطتين مختلفتين من $(D)$ و $M$ نقطة من الفضاء لا تنتمي إلى $(D)$.

المستقيمان $(MA)$ و$(MB)$ يخترقان $(P)$ في $A'$ و $B'$ على التوالي.

بين أن $A'$ و $B'$ و $I$ مستقيمية

تمرين6

ليكن $ABCDE$ هرما قاعدته متوازي أضلاع لتكن $B'$ و $C'$ منتصفي $[AB]$ و$[AC]$ على التوالي.

أنشئ الشكل

1- أتبث أن $(B'C')//(DE)$

2- ليكن $(\Delta)$ تقاطع المستويين $(ABC)$ و $(ADE)$

بين أن $(B'C')//(\Delta)$

تمرين7

ليكن $(P)$ و $(P')$ مستويين متقاطعين وفق مستقيم $(\Delta)$. نعتبر $B$ و $D$ من $(\Delta)$ ، ليكن $ABDC$ متوازي الأضلاع ضمن $(P)$ و $EBDF$ متوازي الأضلاع ضمن $(P')$

بين أن $(EF)//(AC)$ $(CF)//(AE)$

تمرين8

ليكن $ABCDEFGH$ مكعبا . $I$ و $J$ و $K$ منتصفات $[AB]$ و $[EF]$ و $[HG]$ على التوالي

أتبث أن $(HI)$ يوازي المستوى $(JKC)$

تمرين9

ليكن $(P)$ و$(Q)$ مستويين متوازيين قطعا . نعتبر $A\in(P)$ و $BCD$ مثلث ضمن $(Q)$ . لتكن $I$ و $J$ و $K$ منتصفات $[AB]$ و $[AC]$ و $[AD]$ على التوالي. المستقيم $(CK)$ يخترق المستوى $(P)$ في $R$.

1- أنشئ الشكل

2- أتبث أن المستوى $(IJK)$ يوازي $(P)$

3- أتبث أن $(CD)//(AR)$

تمرين10

ليكن $ABCDEFGH$ متوازي المستطيلات و $I$ منتصف $[GH]$

1- لتكن $(EI)\cap(FH)=\{M\}$

بين أن المستويين $(AEI)$ و $(AFH)$ يتقاطعان وفق $(AM)$

2- أ- بين أن النقط $E$ و $F$ و $D$ و $C$ مستوائية

ب- بين أن $(CF)//(DE)$

3- بين أن $(CFH)//(BDE)$

4- بين أن $(CI)$ يخترق المستوى $(ADH)$

تمرين11

نعتبر في الفضاء متوازي أضلاع $ABCD$ مركزه $I$ ضمن مستوى $(P)$ و لتكن $S$ نقطة لا تنتمي إلى $(P)$ و $S'$ نقطة حيث $I$ منتصف $[SS']$

1- بين أن $(CD)//(SAB)$

2- ما هي طبيعة الرباعي $DSBS'$

3- بين أن $(S'CD)//(SAB)$

4- حدد تقاطع $(SS'D)$ و $(SBC)$

تمرين12

ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع و $O$ نقطة خارج المستوى $(ABC)$ .

حدد $(\Delta_1)$ تقاطع المستويين $(OAB)$ و $(OCD)$

حدد $(\Delta_2)$ تقاطع المستويين $(OAD)$ و $(OBC)$

أتبث أن $(\Delta_1)$ و $(\Delta_2)$ يتقاطعان ويحددان مستوى يوازي $(ABC)$

## تمارين حول التعامد في الفضاء

تمرين1

لتكن $(C)$ دائرة ضمن مستوى $(P)$ مركزها $O$. ليكن $[AB]$ قطرا في $(C)$ و $C$ نقطة من $(C)$ حيث $(AB)\perp(OC)$ واسط $[OC]$ يقطع $(C)$ في $M$ و $N$.

لتكن $D$ نقطة من المستقيم $(\Delta)$ العمودي على $(P)$ في النقطة $C$

أتبث أن $(OD)\perp(MN)$ ; $(DA)\perp(CB)$

تمرين2

نعتبر $ABCD$ رباعي الأوجه بحيث $AB=BC$ و $AD=DC$ . لتكن $I$ منتصف $[AB]$ و $J$ منتصف $[AC]$

1- بين أن $(IJ)//(BCD)$

2- حدد تقاطع $(BCD)$ و $(IJD)$

3- أ- أثبت أن $(AC)\perp(BJD)$

ب- استنتج أن $(AC)\perp(BD)$

تمرين3

$ABCDEFGH$ مكعب

أتبث أن $(HEB)\perp(AGF)$

تمرين4

لتكن $(C)$ دائرة ضمن مستوى $(P)$ و$[AB]$ أحد أقطارها و $C$ نقطة من $(C)$ مخالفة لـ $A$ و $B$

ليكن $(\Delta)$ العمودي على $(P)$ في $E$.

أثبت أن المستوى المحدد بـ $A$ و المستقيم $(\Delta)$ عمودي على المستوى المحدد بـ $B$ و المستقيم $(\Delta)$.

تمرين5

ليكن $ABC$ مثلثا متساوي الساقين في $A$ ضمن مستوى $(P)$ و $I$ منتصف $[BC]$ . لتكن $S$ نقطة من المستقيم العمودي على $(P)$ في $A$ حيث $S \neq A$

1- أتبث أن $(SAI) \perp (SCI)$

2- ليكن $H$ المسقط العمودي لـ $A$ على $(SI)$

أتبث أن $(AH) \perp (SC)$

تمرين6

في الفضاء نعتبر $ABC$ مثلثا قائم الزاوية في $A$ ضمن مستوى $(P)$. لتكن $D$ مماثلة $B$ بالنسبة لـ $A$ ، و $S$ نقطة خارج $(P)$ حيث $SB = SD$. لتكن $I$ و $J$ منتصفي $[SD]$ و$[DC]$ علىالتوالي

1- بين أن $(AB) \perp (SAC)$ استنتج أن $(P) \perp (SAC)$

2- بين أن $(AB) \perp (IJ)$

تمرين7

ليكن $ABCD$ و $ABEF$ مربعان بحيث $(AF) \perp (AD)$و $I$ و $J$ هما على التوالي مركزا المربعين $ABCD$ و $ABEF$ النقطة $H$ المسقط العمودي لـ $I$ على $(AB)$.

1- أ- بين أن $(AD) \perp (ABE)$

ب- استنتج أن $(HI) \perp (ABE)$

2- حدد تقاطع $(ACE)$ و $(BDF)$

3- بين أن $(BCE) // (IJH)$

4- أحسب حجم رباعي الأوجه $IAJB$ إذا علمت أن $AD = 4$

تمرين8

$ABCD$ شبه منحرف قطراه $[AC]$ و $[BD]$ يتقاطعان في $I$.

لتكن $S$ نقطة من الفضاء لا تنتمي الى المستوى $(ABC)$ حيث $(SI) \perp (ABC)$

1- أ - حدد تقاطع $(SAC)$ و$(SBD)$

ب- حدد تقاطع $(SAB)$ و$(SDC)$

2- أ- تحقق أن $(SI) \perp (AB)$

ب- بين أن $(SAC) \perp (ABC)$

3- نفترض أن $ABC$ مثلث قائم الزاوية في $B$ و $SI = 3cm$ و $AB = 2cm$ و $BC = 4cm$

أحسب حجم رباعي الوجوه $SABC$

تمرين9

$ABCDEFGH$ مكعب طول أحرفه $a$

1- بين أن المستويين $(BDE)$ و $(CFH)$ عموديان على $(AG)$

2- أحسب حجم كل من المخروطين الذي رأسيهما $A$ و $G$ وقاعدتهما الدائرة المحيطة بالمثلث $(BDE)$

تمرين10

أحسب حجم فلكة إذا علمت أن مساحتها الجانبية هي $72cm^2$

تمرين11

ليكن $ABCDEFGH$ مكعبا و $I$ و $J$ منتصفي $[BC]$ و$[FG]$ على التوالي

1- بين أن $(IJ) // (HFB)$

2- المستقيمان $(EJ)$ و$(HF)$ يتقاطعان في $P$ و المستقيمان $(AI)$ و$(BD)$ يتقاطعان في $Q$.

بين أن $(FB) // (PQ)$

3- بين أن $(ABC)\perp(PQ)$ و استنتج أن $(AI)\perp(PQ)$

4- نضع $AB=a$ أحسب بدلالة $a$ حجم الهرم $(JABCD)$

تمرين12

$ABC$ مثلثا قائم الزاوية في $A$ و $D$ نقطة من المستقيم العمودي على المستوى $(ABC)$ في $A$ حيث $A\neq D$. النقطة $H$ المسقط العمودي للنقطة $C$ على $(BD)$

1- بين أن $(ABD)\perp(AC)$ و استنتج أن $(BD)\perp(AC)$

2- بين أن $(BD)\perp(AH)$

تمرين13

$ABCD$ مضلع محدب ضمن المستوى $(P)$. و $(\Delta)$ مستقيم على المستوى $(P)$ في $A$ لتكن $E$ نقطة من $(\Delta)$ حيث $AB=AE$ و $M$ و $N$ منتصفي $[EB]$ و$[ED]$.

1- بين أن $(ABE)\perp(AD)$

2- بين أن $(EBC)\perp(AM)$

3- أ- حدد تقاطع $(BCD)$ و $(AMN)$

ب – بين أن $(EC)\perp(AMN)$