ج م ع	الحساب في IR	ح.بـــوعـيـون

تمرين1

اجعل مقام كل من الأعداد التالية عددا صحيحا :

$$a=\frac{\sqrt{2}+3}{2\sqrt{3}+\sqrt{5}} \qquad b=\frac{1}{\sqrt{14}+\sqrt{21}+\sqrt{15}+\sqrt{10}}$$

$$c=\frac{3+4\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}+\sqrt{5}}$$

تمرين2

بين المتساويات التالية

1) $\sqrt{8+\sqrt{15}}=\frac{1}{\sqrt{2}}(1+\sqrt{15})$

2) $\sqrt{17+12\sqrt{2}}+\sqrt{17-12\sqrt{2}}=6$.

تمرين3

قارن بين العددين a و b في الحالات التالية :

1) $a=2\sqrt{7}\quad b=3\sqrt{3}$ 2) $a=-6\sqrt{2}\quad b=-5\sqrt{3}$

3) $a=14-6\sqrt{5}\quad b=3-\sqrt{5}$ 4) $a=\sqrt{7}-1 b=\sqrt{8-2\sqrt{7}}$

تمرين4

نعتبر العدد : $A=\sqrt{6-2\sqrt{5}}-\sqrt{6+2\sqrt{5}}$

1) حدد إشارة A .

2) احسب A^2 واستنتج كتابة بسيطة للعدد A .

تمرين5

قارن العددين $10\sqrt{3}$ و $12\sqrt{2}$ ثم استنتج المقارنة بين العددين $(\frac{1}{1-10\sqrt{3}})^2$ و $(\frac{1}{1-12\sqrt{2}})^2$.

تمرين 6

ليكن a و b من IR بحيث $a+b=10$ و $ab=1$

1) أحسب $(\sqrt{a}+\sqrt{b})$

2) أحسب $\frac{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$

تمرين7

ليكن x و y عددين موجبين قطعا .

1) بين أن $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\geq 2$.

2) استنتج أن $(x+y)(\frac{1}{x}+\frac{1}{y})\geq 4$.

تمرين8 ليكن a و b من IR_+^* بحيث $a\leq b$. بين أن :

$$a\leq\frac{2ab}{a+b}\leq\sqrt{ab}\leq\frac{a+b}{2}\leq\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}\leq b$$

تمرين9

a و b عددان حقيقيان موجبان قطعا .

بين أن $0<\sqrt{a+b}-\sqrt{a}<\frac{b\sqrt{a}}{2a}$ ثم استنتج مقارنة العددين

$\sqrt{7}-\sqrt{5}$ و $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

تمرين10

ليكن x و y من IR^+

1) بين أن $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{x+y+2\sqrt{xy}}$ وأن $x+y\geq 2\sqrt{xy}$

2) استنتج أن $(x+y)(y+z)(z+x)\geq 8xyz$.

تمرين11

حل في IR المعادلات التالية :

1) $(2x+1)^2-3(x^2-2)=(x+3)-5x+4$

2) $\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x-1}=\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x-2}$

3) $|x+1|-1=0$ 4) $|x-3|-|2x+1|=0$

5) $x-4+|2x-3|=2x+4$

6) $|x-1|-2|x+3|+2|x|=3$ 7) $||x|-2|=|x|$

تمرين12

حل في IR المتراجحات التالية :

1) $\frac{3x+1}{2}-\frac{x+1}{3}\geq\frac{4x+1}{12}$

2) $\frac{x-1}{2}-x<\frac{x-2}{3}+\frac{3-x}{4}$

3) $|2x-1|-3<0$ 4) $2|x+1|-3\geq 0$

5) $|2x+1|-2|3x-2|>0$

6) $|x|+|x-1|+|x+2|<4$

7) $|2x-1|-|2x+1|+|x|\geq 4$.

تمرين13 حل وناقش حسب قيم البارامتر m المعادلات التالية :

1) $(m-1)x+2mx-3(m-x)+1=0$

2) $m(x-m)+(2m+1)(x+3)=0$

3) $m(3mx+2)-2x(m^2+2)-3m+2=0$

4) $\frac{x-2}{x-m}=m$.

تمرين14

حل وناقش حسب قيم البارامتر m المتراجحات التالية

1) $(3-m)x-m^2+2mx\geq 0$

2) $(m^2+4)x-3m-1<5x+m$

تمرين15

1) بين أن لكل x من $IR^*-\{-1\}$ لدينا $\frac{1-\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x+1}}\leq 1$.

2) بين أنه لكل a و b من IR^{*+} بحيث a<b لدينا :

$\frac{a}{1+b}<\frac{b}{1+a}$.

3) a) بين أن لكل $x>0$: $\sqrt{x+1}-\sqrt{x}<\frac{1}{2\sqrt{x}}$.

b) استنتج أنه لكل n من $IN^*-\{1\}$ لدينا :

$\sqrt{n}-1<\frac{1}{2\sqrt{1}}+\frac{1}{2\sqrt{2}}+\frac{1}{2\sqrt{3}}+.....+\frac{1}{2\sqrt{n-1}}$.

4) قارن العددين $\frac{1}{x-1}$ و $\frac{1}{x+1}$ لكل x من $IR^{*+}-\{1\}$.

جذع مشتـــرك علوم	الترتيـــــب في IR	ح.بـــوعـيـــــون

تمرين1

1) أعط تأطيرا للعدد $x^2+y^2+4x-2y$ إذا علمت أن $3<x<4$ و $-5<y<2$.

2) اعط تأطيرا لكل من الأعداد xy و x^2y إذا علمت أن $-1<x<1$ و $-1<y<1$.

تمرين2

ليكن $2<x<3$ ونعتبر $A=x^2-5x+6$.

1) اعط تأطيرا للعدد A .

2) تحقق أن $A=(x-2)(x-3)$ واستنتج تأطيرا أدق من الأول للعدد A

3) تحقق أن $A=(x-\frac{5}{2})^2-\frac{1}{4}$ واستنتج تأطيرا أدق من الثاني للعدد A

تمرين3

ليكن x و y عددين حقيقيين بحيث : $\left|2x-\frac{3}{2}\right|<\frac{1}{2}$ و $\left|y-\frac{3}{4}\right|<\frac{1}{4}$.

1) بين أن x و y عنصران من المجال $\left]\frac{1}{2},1\right[$.

2) a) تحقق من أن

$xy-3x-2y-1=(x-2)(y-3)-7$

b) استنتج أن $-5<xy-3x-2y-1<-\frac{13}{4}$.

تمرين4

ليكن a عدد حقيقي بحيث $|a-1|<\frac{1}{2}$

بين أن $\frac{4}{3}$ قيمة مقربة للعدد $\frac{1}{a}$ بالدقة $\frac{2}{3}$.

تمرين5

ليكن x عدد حقيق بحيث $\left|x-\frac{3}{2}\right|<\frac{1}{2}$ ونضع $a=\frac{1}{x^2+1}$

1) حدد تقريبا بتفريط وبإفراط للعدد a بالدقة $\frac{3}{10}$.

2) حدد تقريبا للعدد a بالدقة $\frac{3}{20}$.

تمرين 6

1) تحقق أن لكل x من IR^+ $\sqrt{9+x}\le 3+\frac{x}{6}$

2) بين أن لكل $0\le x\le 7$ لدينا $3+\frac{x}{7}\le\sqrt{9+x}$.

3) استنتج تأطيرا للعدد $\sqrt{9,798}$ سعته 210^{-2} .

تمرين7

1) تحقق أن لكل $x\neq -1$ $\frac{1}{x+1}-(1-x)=\frac{x^2}{x+1}$

2) بين أنه إذا كان x عدد حقيقي يحقق $|x|<\frac{1}{2}$ فإن

$0\le\frac{1}{x+1}-(1-x)\le 2x^2$

3) أوجد تقريبا للعدد $\frac{1}{1,0005}$ بالدقة 5.10^{-7}

تمرين8

1) بين أن لكل x من IR^* $|x|<\sqrt{x^2+1}<|x|+\frac{1}{2|x|}$

2) أوجد تأطيرا للعدد $\frac{\sqrt{122}}{3}$ سعته $\frac{1}{66}$

تمرين9

ليكن x عددا حقيقيا .

1) بين أنه إذا كان $1\le x\le 3$ فإن $\frac{1}{|x+2|}\le\frac{1}{3}$

2) استنتج أنه إذا كان $1\le x\le 3$ فإن $\left|\frac{x-1}{x+2}-\frac{1}{4}\right|\le\frac{1}{4}|x-2|$

تمرين10

ليكن x عدد حقيقي موجب .

1) بين أن $\left|(1-2x)^3-(1-6x)\right|=x^2|12-8x|$

2) نفترض أن $\frac{-1}{2}\le x\le\frac{1}{2}$ ،

a) بين أن $|12-8x|\le 16$.

b) استنتج أن $\left|(1-2x)^3-(1-6x)\right|\le 16x^2$.

c) اعط قيمة مقربة للعدد $(0,9998)^3$ بالدقة 1610^{-8} .

تمرين11

1) بين أنه لكل x من $]-1,+\infty[$:

$\sqrt{x+1}-1=\frac{x}{\sqrt{x+1}+1}$

2) بين أنه إذا كان $-0,19<x<0,21$:

$\frac{|x|}{2,1}\le\left|\sqrt{x+1}-1\right|\le\frac{|x|}{1,9}$.

http://sefroumaths.site.voila.fr

تمرين12

ليكن a و b عددين حقيقيين بحيث $0 < a \le b \le 2a$

1) a) بين أن $(a-b)(2a-b) \le 0$

b) أنشر $(a-b)(2a-b)$ و $(a\sqrt{2}-b)^2$.

2) نضع $A = \dfrac{2a^2+b^2}{3ab}$. بين أن : $\dfrac{2\sqrt{2}}{3} \le A \le 1$

3) بين أن العدد $\dfrac{(1+\sqrt{2})^2}{6}$ قيمة مقربة للعدد A بالدقة $\dfrac{(1-\sqrt{2})^2}{6}$

تمرين13

ليكن a من IR بحيث $|a| < \dfrac{1}{2}$ ونضع

$$A = \frac{1}{\sqrt{1+a}} - (1-\frac{a}{2})$$

1) a) بين أن $A = \dfrac{\sqrt{1+a} - (1+\frac{a}{2}) + \frac{a^2}{2}}{1+a}$

b) بين أن $\sqrt{1+a} \le 1+\dfrac{a}{2}$ واستنتج أن $A \le a^2$.

c) بين أن $\dfrac{1}{\sqrt{1+a}} \ge 1-\dfrac{a}{2}$.

2) استنتج تقريبا للعدد $\dfrac{1}{\sqrt{1,01}}$ بالدقة 10^{-4} .

تمرين8

ليكن a و b عددين حقيقيين بحيث :

$3 \le b \le 1$ و $|a+3| \le 1$

1) a) بين أن $-4 \le a \le -2$ b) بين أن $|a+b+1| \le 2$

2) نعتبر العدد الحقيقي $E = 2b-3a+ab$

a) تحقق أن $E = (a+2)(b-3)+6$ b) بين أن $6 \le E \le 10$.

تمرين7

نعتبر العدد $a = \dfrac{\sqrt{5-\sqrt{21}}}{\sqrt{2}}$ 1) تحقق أن $a = \dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{2}$

2) علما أن $2,64 < \sqrt{7} < 2,65$ و $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$

اعط التقريب العشري إلى 10^{-2} بإفراط وبتفريط للعدد a .

تمرين10

ليكن x و y عددين حقيقيين بحيث

$3,13 \le x \le 3,17$ و $|y+1| \le 3.10^{-2}$.

1) بين أن $-1,03 \le y \le -0,97$.

2) حدد تأطيرا للعدد $(y-3)^2$.

3) قارن العددين $2x+3y$ و $x+2y-xy$